



KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH

Zentralinstitut für Angewandte Mathematik

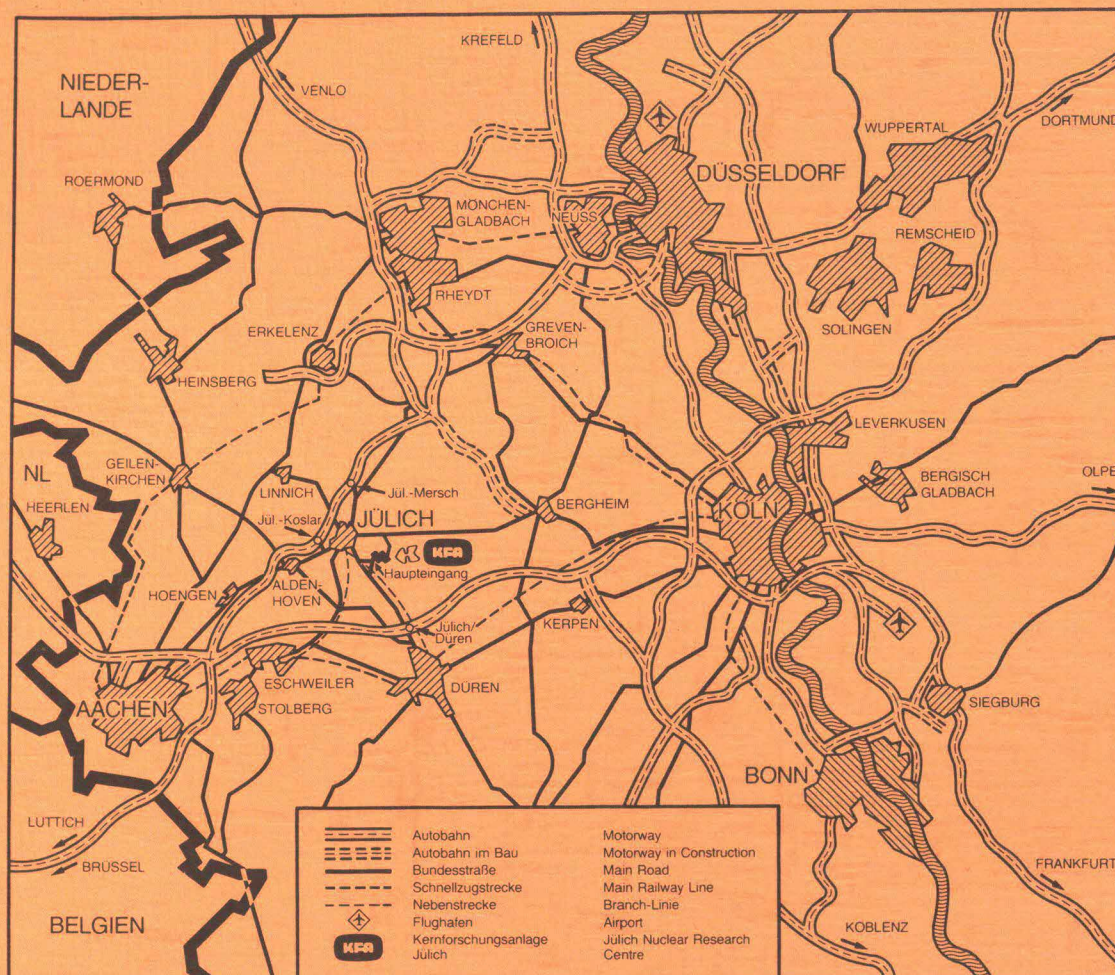
**Analytisches Modell
eines Ein-/Ausgabe-Subsystems**

von
J. Römgens

Jül - Spez - 208

Mai 1983

ISSN 0343-7639



Als Manuskript gedruckt

Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 208

Zentralinstitut für Angewandte Mathematik Jül - Spez - 208

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH

Postfach 1913 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)

Telefon: 02461/610 · Telex: 833556 kfd

Analytisches Modell eines Ein-/Ausgabe-Subsystems

von
J. Römgens

Die vorliegende Diplomarbeit wurde am Institut für Allgemeine Elektrotechnik und Datenverarbeitungssysteme der RWTH Aachen bei Herrn Prof. Dr.-Ing. O. Lange im Zentralinstitut für Angewandte Mathematik der KFA Jülich angefertigt. Für das Interesse an meiner Arbeit sowie vieler stimulierender Hinweise im Verlauf dieser Arbeit möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. O. Lange bedanken.

Mein Dank gilt weiterhin dem Direktor des Zentralinstituts für Angewandte Mathematik, Herrn Dr. F. Hoßfeld, der meine Arbeit in diesem Institut ermöglichte und mir großzügige Hilfen durch die Unterstützung vieler Institutsmitarbeiter zukommen ließ.

An dieser Stelle muß in besonderer Weise die Unterstützung durch Herrn W. Gürich erwähnt werden, der mit großem Interesse meine Arbeit im Zentralinstitut für Angewandte Mathematik verfolgte und durch dessen Anregungen und Hinweise diese Diplomarbeit entstehen konnte.

INHALTSVERZEICHNIS

| | | |
|-------|---|----|
| 1.0 | Einleitung | 3 |
| 2.0 | Analytische Lösungen von Warteschlangen und Warteschlangennetzwerken | 5 |
| 2.1 | Elementare Zufallsprozesse | 5 |
| 2.1.1 | Markov-Prozesse | 5 |
| 2.1.2 | Geburt-Tod-Prozesse | 7 |
| 2.2 | M/M/1 und M/M/2 Warteraum | 10 |
| 2.3 | Verschiedene Zuteilungs-Disziplinen | 13 |
| 2.3.1 | Processor-Sharing (PS) | 14 |
| 2.3.2 | Last-Come-First-Serve (LCFS) | 15 |
| 2.3.3 | Infinite Server (IS) | 16 |
| 2.3.4 | Andere Zuteilungsdisziplinen | 17 |
| 2.4 | Warteschlangennetzwerke mit M/M/2 Warteräumen | 18 |
| 2.4.1 | Offene Netzwerke ohne Rückkopplung | 18 |
| 2.4.2 | Offene Netzwerke | 19 |
| 2.4.3 | Geschlossene Netzwerke | 20 |
| 2.4.4 | Berechnungsalgorithmus geschlossener Netzwerke | 22 |
| 2.5 | Cox-Verteilungen | 23 |
| 2.6 | BCMP-Modelle | 25 |
| 2.7 | Die Mittelwertanalyse geschlossener Warteschlangennetzwerke | 29 |
| 2.8 | Berechnungsgrößen | 32 |
| 3.0 | Komponenten eines Ein-/Ausgabe-Subsystems | 34 |
| 3.1 | Hardware-Komponenten des E/A-Subsystems und deren Anschlußmöglichkeiten | 34 |
| 3.1.1 | Kanäle | 34 |
| 3.1.2 | Kontrolleinheiten | 34 |
| 3.1.3 | Strang-Köpfe | 35 |
| 3.1.4 | Magnetplatteneinheiten | 35 |
| 3.1.5 | Anschlußmöglichkeiten der Übertragungsbetriebsmittel | 37 |
| 3.2 | Ablauf eines E/A-Vorgangs | 41 |
| 3.3 | Shared DASD | 45 |
| 4.0 | Existierende Modelle von Ein-/Ausgabe-Subsystemen | 46 |
| 4.1 | Warteschlangennetzwerk ohne Übertragungsbetriebsmittel | 46 |
| 4.2 | Warteschlangennetzwerk mit Kanälen | 47 |
| 4.3 | Lösungsmethode für Warteschlangennetzwerke mit gleichzeitiger Belegung mehrerer Bedien-Stationen | 49 |
| 4.4 | M/M/1 Warteraum als Modell für eine Platteneinheit | 52 |
| 4.5 | E/A-Konfigurationsanalyse mit "RPS" | 54 |
| 5.0 | Analytisches Modell eines Ein-/Ausgabe-Subsystems unter Berücksichtigung der Übertragungsbetriebsmittel | 58 |
| 5.1 | Grundmodell | 58 |
| 5.1.1 | Konfiguration | 58 |
| 5.1.2 | Lösungsverfahren | 59 |
| 5.1.3 | Beispiel | 69 |
| 5.1.4 | Diskussion | 71 |
| 5.2 | Modell mit flexiblen Anschlußmöglichkeiten der Übertragungsbetriebsmittel | 71 |
| 5.2.1 | Alternate-Channel-Verfahren | 72 |
| 5.2.2 | Alternate-Channel-Verfahren und String-Switch-Verfahren | 74 |
| 5.3 | Modell für eine Mehrrechner-Konfiguration | 78 |
| 5.3.1 | Berechnungsverfahren | 78 |
| 5.3.2 | Beispiel | 87 |
| 6.0 | Anwendung der Modelle auf reale Rechnerkonfigurationen | 90 |
| 6.1 | Meßverfahren | 90 |

| | | |
|-----------|--|-----|
| 6.2 | Vergleich mit einer Einprozessor-Konfiguration | 94 |
| 6.2.1 | Konfiguration | 94 |
| 6.2.2 | Einprozessor-Konfiguration mit Alternate-Channel-Verfahren | 95 |
| 6.2.3 | Einprozessor-Konfiguration mit String-Switch-Verfahren und Alternate-Channel-Verfahren | 98 |
| 6.3 | Konfigurationsänderungen | 100 |
| 6.4 | Mehrrechner-Konfigurationen | 103 |
| 6.4.1 | Konfiguration | 103 |
| 6.4.2 | Vergleich mit Messung | 104 |
| 7.0 | Abschließende Diskussion | 107 |
| 8.0 | Literaturverzeichnis | 108 |
| Anhang A: | Laplace-Transformation | 111 |
| Anhang B: | Symbolverzeichnis | 113 |

1.0 EINLEITUNG

Mit dem Aufkommen der virtuellen Betriebssysteme mit dynamischer Speicherplatzverwaltung wird der Speicherplatz der Programme eines Rechnersystems zum großen Teil auf externe Magnetplattenspeicher ausgelagert.

Die Leistungsfähigkeit solcher externer Speicher (also die Ein-/Ausgabe-Geschwindigkeit) ist eine wesentliche Komponente für die Leistungsfähigkeit eines ganzen Rechnersystems.

Diese externen Speichereinheiten zusammen mit den anderen Peripheriegeräten eines Rechnersystems bilden das Ein-/Ausgabe-Subsystem (E/A-Subsystem) eines oder mehrerer Rechner.

Um Fehlplanungen zu vermeiden und Vorhersagen über die Leistung solcher E/A-Subsysteme zu treffen, werden für diese Subsysteme mathematische Modelle erstellt, die die speziellen Eigenschaften der E/A-Subsysteme berücksichtigen.

Mit Hilfe analytischer Lösungsmethoden von einzelnen Warteschlangen oder Warteschlangennetzwerken soll in dieser Arbeit ein analytisches Modell der Magnetplattenspeicher eines E/A-Subsystems entwickelt werden. Dabei werden nur E/A-Subsysteme von IBM-Rechnerkonfigurationen betrachtet, die von dem Betriebssystem MVS gesteuert werden.

Nach der Beschreibung der Hard- und Software-Komponenten dieser E/A-Subsysteme werden Lösungsvorschläge aus der Literatur beschrieben und bewertet bezüglich der Anwendbarkeit auf IBM-E/A-Subsysteme.

Aufbauend auf diese vorhandenen Modelle wird ein eigenes Modell entwickelt, das die Vorteile der in der Literatur beschriebenen Modelle zu verbinden sucht und deren Nachteile teilweise behebt.

Ein Vergleich zwischen dem im Zentralinstitut für Angewandte Mathematik (ZAM) der Kernforschungsanlage (KFA) Jülich installierten Großrechnersystem und den von dem Modell gelieferten

Größen soll die Zuverlässigkeit des Modells prüfen und die Fälle aufdecken, die nicht von dem Modell erfaßt werden.

2.0 ANALYTISCHE LÖSUNGEN VON WARTESCHLANGEN UND WARTESCHLANGEN-NETZWERKEN

In diesem Kapitel werden Lösungsmethoden von einzelnen Warteschlangen oder Warteschlangennetzwerken vorgestellt. Diese Lösungsmethoden finden Anwendung bei der Modellierung von Rechnersystemen oder Teilen von Rechnersystemen (z.B.: Ein-/Ausgabe-Subsystem). Die Bedienstationen der Warteschlangennetzwerke sollen die verschiedenen Betriebsmittel eines Rechnersystems modellieren. Die Jobs eines Rechnersystems oder die Ein-/Ausgabe-Anforderungen an ein Ein-/Ausgabe-Subsystem werden in der Warteschlangentheorie allgemein mit "Aufträgen" bezeichnet.

2.1 ELEMENTARE ZUFALLSPROZESSE

Es werden hier nur die Zufallsprozesse behandelt, die in den Lösungsmethoden der Warteschlangentheorie Anwendung finden. Dabei handelt es sich grundsätzlich um stationäre Prozesse. Den für die Warteraumtheorie wichtigsten Zufallsprozeß stellte 1907 A. A. Markov vor, der später Markov-Prozeß genannt wurde.

2.1.1 MARKOV-PROZESSE

Das Verhalten der Markov-Prozesse wird durch die Zufallsvariable Z_n bzw. $Z(t)$ beschrieben. Man unterscheidet zeit-diskrete Markov-Prozesse (Z_n) und zeit-kontinuierliche Markov-Prozesse ($Z(t)$). Beiden Prozessen ist gemeinsam, daß der Übergang von Zustand Z_n nach Z_{n+1} bzw. von $Z(t_n)$ nach $Z(t_{n+1})$ nur von der Zufallsvariablen Z_n bzw. $Z(t_n)$ abhängt.

Ein Satz von Zufallsvariablen Z_n bildet eine Markov-Kette, wenn die Wahrscheinlichkeit für den Zustand Z_{n+1} nur von Z_n abhängig ist (Die gesamte Vergangenheit ist in Zustand Z_n enthalten.)

/KLEI 75/. Wegen dieser Eigenschaft kann die Zeit, in der sich eine Markov-Kette in einem Zustand Z befindet, nur geometrisch verteilt sein bei zeit-diskreten Markov-Ketten und exponentiellverteilt bei zeit-kontinuierlichen Markov-Ketten.

Aus Gründen der Anschauung wird eine Markov-Kette oft auch durch ihr Zustandsdiagramm (Abbildung 2.1.1) dargestellt. Die einzelnen Zustände bilden den Wertebereich W für Z . Der Übergang zwischen diesen Zuständen wird durch die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten (p_{ik}) (Übergangsmatrix) beschrieben.

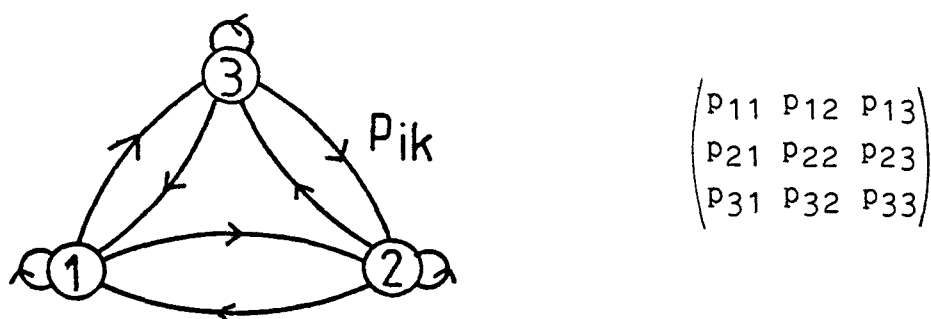


Abbildung 2.1.1: Zeit-diskrete Markov-Kette mit drei Zuständen.

Eine wichtige Eigenschaft der Markov-Prozesse ist die Tatsache, daß das Verhalten der Markov-Kette im eingeschwungenen Zustand nicht mehr vom Ausgangszustand abhängig ist. Damit läßt sich das Verhalten des Zufallsprozesses durch die unabhängigen Wahrscheinlichkeiten $P_1 = P(Z_n = 1), \dots, P_j = P(Z_n = j)$ ausdrücken. Markov bewies, daß diese Wahrscheinlichkeiten P_1, \dots, P_j durch das Gleichungssystem

$$P = (p_{ik}) \cdot P \quad \text{mit } P = (P_1, \dots, P_j) \quad (2.1)$$

$$\text{und } 1 \leq i \leq j$$

$$\text{und } 1 \leq k \leq j$$

ermittelt werden können /KLEI 75/. Da (p_{ik}) eine quadratische Matrix $(j \times j)$ ist, läßt sich dieses Gleichungssystem eindeutig lösen.

Zeit-kontinuierliche Markov-Prozesse können in ähnlicher Weise abgehandelt werden. Allerdings werden hier die Übergangswahrscheinlichkeiten p_{ik} durch Übergangsraten q_{ik} ersetzt mit:

$$q_{ik} = \frac{dp_{ik}}{dt}$$

2.1.2 GEBURT-TOD-PROZESSE

Zeit-kontinuierliche Markov-Prozesse, bei denen nur Übergänge zwischen benachbarten Zuständen möglich sind, werden Geburt-Tod-Prozesse genannt, in Anlehnung an Bevölkerungswachstum bzw. -abnahme. Ist die Zufallsvariable $Z(t_n)=i$, so gilt für den Wertebereich W der Zufallsvariablen $Z(t_{n+1})$:

$$W=(i; i-1; i+1)$$

Die Übergangsmatrix (q_{ik}) hat also nur noch auf der Hauptdiagonalen und auf beiden Nebendiagonalen Elemente, die von Null verschieden sind.

Die Rate, mit der der Zufallsprozeß von $Z(t_n)=k$ in den Zustand $Z(t_{n+1})=k+1$ übergeht, wird Geburtsrate λ_k genannt. Ebenso existiert eine Sterberate μ_k für den Übergang von $Z(t_n)=k$ nach $Z(t_{n+1})=k-1$. Da die Gleichgewichtsbedingungen für den Zustand k gelten müssen, hat die Gleichgewichtsgleichung folgendes Aussehen /KLEI 75/:

$$\sum_i q_{ki} = 0 \quad \text{mit } i=k-1, k, k+1$$

Damit gilt für q_{kk} :

$$q_{kk} = -(\lambda_k + \mu_k)$$

Die Übergangsmatrix (q_{ik}) hat damit nur noch Elemente, die durch die Geburtsrate λ_k bzw. durch die Sterberate μ_k ausgedrückt werden können.

$P_k(t)$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß das System zur Zeit t im Zustand k ist. Zur Berechnung von $P_k(t+\Delta t)$ lassen sich vier Wahrscheinlichkeiten für das Verhalten der Geburt-Tod-Prozesse in einem Intervall $(t, t+\Delta t)$ unterscheiden:

1. Genau eine Geburt in $(t, t+\Delta t)$: $\lambda_k \Delta t + o(\Delta t)$
2. Genau ein Tod in $(t, t+\Delta t)$: $\mu_k \Delta t + o(\Delta t)$
3. Genau keine Geburt in $(t, t+\Delta t)$: $1 - \lambda_k \Delta t + o(\Delta t)$
4. Genau kein Tod in $(t, t+\Delta t)$: $1 - \mu_k \Delta t + o(\Delta t)$

Alle Mehrfachübergänge in $(t, t+\Delta t)$ sind in der Größenordnung Δt ($o(\Delta t)$). Mit den vier Fällen kann die Wahrscheinlichkeitsgleichung für den Zustand $Z(t+\Delta t)=k$ aufgestellt werden.

$$\begin{aligned} P_k(t+\Delta t) = & P_k(t)(1 - \lambda_k \Delta t + o(\Delta t))(1 - \mu_k \Delta t + o(\Delta t)) \\ & + P_{k-1}(t)(\lambda_{k-1} \Delta t + o(\Delta t)) \\ & + P_{k+1}(t)(\mu_{k+1} \Delta t + o(\Delta t)) \\ & + o(\Delta t) \quad \text{für } k \geq 1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Für den Zustand $Z(t+\Delta t)=0$ gilt:

$$\begin{aligned} P_0(t+\Delta t) = & P_0(t)(1 - \lambda_0 \Delta t + o(\Delta t)) \\ & + P_1(t)(\mu_1 \Delta t + o(\Delta t)) \\ & + o(\Delta t) \quad \text{für } k=0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Aus (2.2) und (2.3) ergibt sich nach Aufstellen des

$$\text{Differentialquotienten } \frac{P_k(t+\Delta t) - P_k(t)}{\Delta t} \quad \text{für } \Delta t \rightarrow 0:$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_k(t)}{dt} = & -(\lambda_k + \mu_k)P_k(t) + \lambda_{k-1}P_{k-1}(t) \\ & + \mu_{k+1}P_{k+1}(t) \quad \text{falls } k \geq 1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_0 P_0(t) + \mu_1 P_1(t) \quad \text{falls } k=0 \quad (2.5)$$

Die Quotienten $\frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$ können für $\Delta t \rightarrow 0$ vernachlässigt werden.

Eine genauere Untersuchung des Zufallsverhaltens der Geburt-Tod-Ketten soll an den Gleichungen (2.4) und (2.5) vorgenommen werden, indem zunächst reine Geburtsprozesse ($\mu_k=0$) betrachtet werden. Zur Vereinfachung nimmt man eine konstante Geburtsrate $\lambda_k=\lambda$ für alle k an.

Damit gilt für (2.4) und (2.5):

$$\frac{dP_k(t)}{dt} = -\lambda P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) \quad \text{falls } k \geq 1 \quad (2.6)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) \quad \text{falls } k=0 \quad (2.7)$$

Die Lösung der Differentialgleichung (2.7) ist eine e-Funktion mit:

$$P_0(t) = C e^{-\lambda t}$$

Zur Bestimmung der Konstanten C wird zusätzlich eine Randbedingung benötigt. Diese Bedingung besagt, daß für die Wahrscheinlichkeit $P_k(0)$ gilt:

$$P_k(0) = \begin{cases} 1 & \text{falls } k=0 \\ 0 & \text{falls } k>0 \end{cases}$$

Setzt man diese Randbedingung in die allgemeine Lösung für $P_0(t)$

ein, so erhält man:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (2.8)$$

Mit Hilfe der vollständigen Induktion kann Gleichung (2.6) gelöst werden. Für $k=1$ gilt:

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda P_1(t) + \lambda e^{-\lambda t} \quad (2.9)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist:

$$P_1(t) = \lambda t e^{-\lambda t} \quad (2.10)$$

Allgemein kann daher gezeigt werden, daß

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (2.11)$$

die Gleichung (2.6) löst. Gleichung (2.11) ist die Poisson-Verteilungsfunktion. Mittelwert \bar{m} und Varianz σ^2 berechnen sich zu:

$$m = \sum_{k=0}^{\infty} k P_k(t) = \lambda t$$

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{\infty} k(k-1) P_k(t) = \bar{m}^2 - (\bar{m})^2 = (\lambda t)^2$$

Die Verteilungsfunktion $A(t)$ der Zeit zwischen zwei Geburten eines reinen Geburtsprozesses wird durch $A(t) = 1 - P_0(t)$ ausgedrückt. $P_0(t)$: Wahrscheinlichkeit, daß in Intervall $(0, t)$ keine Geburt fällt.

$$A(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Deshalb gilt für die Verteilungsdichtefunktion $a(t)$:

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Die Zeit zwischen zwei Geburten ist also exponentiell verteilt mit:

$$\bar{t} = 1/\lambda \quad ; \quad \bar{t}^2 = 2/\lambda^2 \quad ; \quad \sigma^2 = 1/\lambda^2$$

Wichtigste Eigenschaft dieses Zufallsprozesses ist die Gedächtnislosigkeit.

Reine Tod-Prozesse mit $\lambda_k = 0$ und $\mu_k = \mu$ für alle k sollen nun betrachtet werden. Aus (2.4) und (2.5) können mit ähnlichen Methoden, wie bei den Geburtsprozessen beschrieben, die Lösungen gewonnen werden. Ausgangspunkt ist die Population N .

Als Ergebnis erhält man für (2.4) und (2.5):

$$P_k(t) = \frac{(\mu t)^{N-k}}{(N-k)!} e^{-\mu t} \quad \text{falls } 1 \leq k \leq N \quad (2.12)$$

$$\frac{dP_0(t) \mu (\mu t)^{N-1}}{dt} = \frac{e^{-\mu t}}{(N-1)!} \quad \text{falls } k=0 \quad (2.13)$$

Diese Verteilungsfunktion kann ebenfalls den gedächtnislosen Zufallsprozessen zugeordnet werden. Die Zeit zwischen zwei Sterbefällen ist ebenfalls exponentiell verteilt /KLEI 75/.

Eine Geburt-Tod-Kette, in der eine konstante Geburtsrate λ sowie eine konstante Sterberate μ existiert, kann als Modell für den M/M/1-Warteraum verwendet werden. Die Begriffe Geburt und Tod sind den Begriffen Ankunft und Fertigstellung eines Auftrags gleichzusetzen.

2.2 M/M/1 UND M/M/z WARTERAUM

Die Warteraumbezeichnung M/M/1 ist einer Konvention entnommen, in der vereinbart wurde, daß ein Warteraum gekennzeichnet sein soll durch Ankunftsprozeß (1.Buchstabe), Bedienzeit-Verteilung (2. Buchstabe) und Anzahl der Bedieneinheiten. Die Bezeichnung M/M/1 besagt, daß Ankunftsprozeß und Bedienzeit-Verteilung des Warteraums einem Markov-Prozeß entnommen sind. Es gibt auch Warteraumtypen, die andere Zufallsprozesse als Ankunftsprozeß bzw. Fertigstellungsprozeß verwenden. Dazu sind folgende Bezeichnungen vereinbart:

G:beliebiger Zufallsprozeß (General)

D:determinierter Zufallsprozeß

E:Erlang-verteilter Zufallsprozeß

Ein Warteraum besteht aus einer Warteschlange und z Bedieneinheiten (Server). Sind alle Bedieneinheiten eines Warteraums durch Aufträge belegt, so muß ein neu ankommender Auftrag in die Warteschlange eingereiht werden. Die Zuteilung der Aufträge zu den Bedieneinheiten erfolgt in der Reihenfolge, mit der die Aufträge im Warteraum ankommen (First-Come-First-Serve: FCFS), wenn nicht ausdrücklich auf ein anderes Zuteilungsverfahren hingewiesen wird. Abbildung 2.2.1 zeigt die Prinzipskizze eines Warteraums mit z Bedieneinheiten.

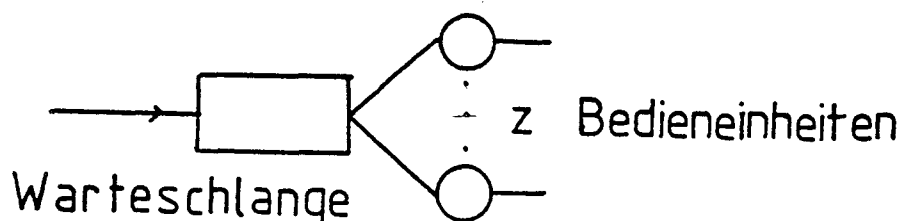


Abbildung 2.2.1: Prinzipskizze eines Warteraums.

Eine Voraussetzung für die Geburt-Tod-Kette als Modell für den M/M/1 Warteraum ist das statistische Gleichgewicht (unter statistisches Gleichgewicht wird die Bedingung verstanden, daß nicht mehr Aufträge im Zeitmittel im Warteraum ankommen dürfen, als im Zeitmittel bedient werden können.).

Zur Veranschaulichung wird eine Geburt-Tod-Kette durch ihr Zustandsdiagramm (Abbildung 2.2.2) dargestellt.

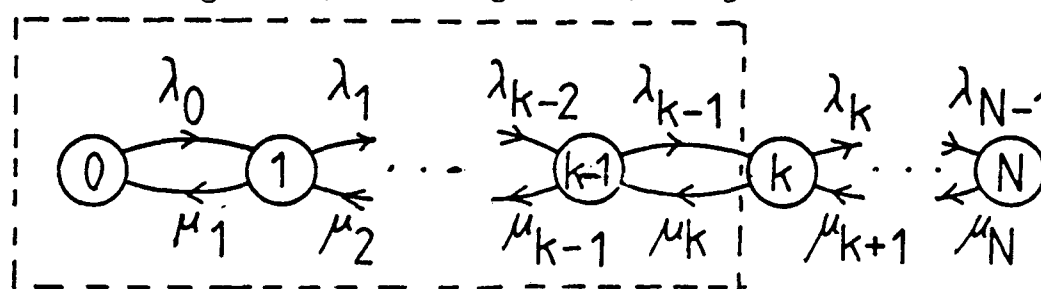


Abbildung 2.2.2: Zustandsdiagramm einer Geburt-Tod-Kette.

Für jeden Zustand k müssen die Gleichgewichtsbedingungen eingehalten werden (d.h.: Im Zustand k ist keine Senke vorhanden, so daß im Gleichgewichtszustand gleich viele Aufträge den Zustand k verlassen wie ankommen.)

$$0 = -(\lambda_k + \mu_k)P_k + \lambda_{k-1}P_{k-1} + \mu_{k+1}P_{k+1} \quad \text{für } k=1, \dots, N \quad (2.14)$$

Es kann jedoch auch ein Gleichungssystem aufgestellt werden, in dem jede Gleichung das Gleichgewichtsverhalten über mehrere Zustände beschreibt (In Abbildung 2.2.2 sind diese Zustände von einer gestrichelten Linie eingerahmt.):

$$\lambda_{k-1}P_{k-1} = \mu_k \cdot P_k \quad \text{für } k=1, \dots, N \quad (2.15)$$

Gleichungssystem (2.15) ist gleichwertig mit (2.14). Für $k=1$ lautet die Lösung von Gleichung (2.15) :

$$P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0 \quad (2.16)$$

Setzt man diese Lösung in (2.15) ein für $k=2$, so erhält man:

$$P_2 = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} P_0 \quad (2.17)$$

Verallgemeinert gilt:

$$P_k = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{k-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k} P_0 = P_0 \prod_{i=1}^k \lambda_{i-1} / \mu_i \quad \text{für } k=1, \dots, N \quad (2.18)$$

Die Vollständigkeitsbedingung für P_k lautet:

$$\sum_{k=0}^N P_k = 1$$

Daraus folgt für P_0 :

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=0}^N \prod_{i=1}^k \lambda_{i-1} / \mu_i} \quad (2.19)$$

Es wird gefordert, daß $\rho_k = \lambda_k / \mu_k < 1$ ist, da ansonsten kein Gleichgewicht in der Geburt-Tod-Kette herrscht.

Für den M/M/1 Warteraum gilt vereinfachend $\lambda_k = \lambda$ und $\mu_k = \mu$ für alle k . Dann vereinfacht sich Gleichung (2.18) zu:

$$P_k = P_0 (\lambda / \mu)^k = P_0 \rho^k \quad (2.20)$$

Für $\rho < 1$ gilt:

$$P_0 = 1 - \rho \quad (2.21)$$

Daraus folgt:

$$P_k = (1 - \rho) \rho^k \quad (2.22)$$

Die Zustände im Warteraum sind durch die Anzahl der Aufträge in einer Bedienstation gegeben. Aus der Verteilung der Zustandswahrscheinlichkeiten P_k läßt sich nun die mittlere Anzahl der Aufträge im Warteraum berechnen:

$$L = \sum_{k=0}^N k P_k = (1 - \rho) \sum_{k=0}^N k \rho^k = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad (2.23)$$

Entsprechend gilt für die Varianz von L σ_L^2 :

$$\sigma_L^2 = \rho / (1 - \rho)^2 \quad (2.24)$$

Nachdem nun die mittlere Anzahl der Aufträge in dem M/M/1 Warteraum bekannt ist, ist die nächste interessierende Größe die Zeit,

die ein Auftrag im Mittel in dem Warteraum einschließlich Bedienzeit verbringt (Wartezeit). Nach dem Theorem von Little /LITT 61/ gilt:

$$L = T \cdot \lambda \quad (2.25)$$

T: Wartezeit im Warteraum

Daraus folgt für den M/M/1 Warteraum:

$$T = \frac{1/\mu}{1-\rho} \quad (2.26)$$

Für den M/M/z Warteraum gelten etwas geänderte Gleichungen:

$$\rho = \lambda / z\mu < 1$$

$$P_k = P_0 \prod_{i=0}^{k-1} \lambda / (i+1)\mu = P_0 \rho^k / k! \quad \text{für } k \leq z \quad (2.27)$$

$$P_k = P_0 \prod_{i=0}^{z-1} \lambda / (i+1)\mu \prod_{j=z}^{k-1} \lambda / z\mu = P_0 \rho^k / z! z^{k-z} \quad \text{für } k \geq z \quad (2.28)$$

2.3 VERSCHIEDENE ZUTEILUNGS-DISZIPLINEN

Bei der Behandlung des M/M/1 Warteraums in Kapitel 2.2 wurde eine Zuteilungs-Disziplin "First-Come-First-Serve" (FCFS) zugrunde gelegt. Voraussetzung ist, daß die Bedienzeiten exponentiell verteilt sind (Statistisches Gleichgewicht).

Zur Modellierung von Rechnersystemen oder Teilsystemen eines Rechnersystems genügt dieses Verfahren allein jedoch nicht. Bestimmte Anwendungen wie Zeitscheibenverfahren oder Keller-speicher-Operationen (Stack-Operationen) werden durch FCFS nicht oder nur unzureichend beschrieben.

Bisher wurde, ohne besonders daraufhinzuweisen, bei der Behandlung des M/M/z Warteraumes nur eine Klasse von Aufträgen mit einer mittleren Bedienzeit und einer mittleren Ankunftsrate in einem Warteraum zugelassen. Bei der Modellierung von Rechnersystemen lassen sich meist die Aufträge in verschiedene Klassen r mit einer mittleren Ankunftsrate λ_r sowie einer mittleren Bedienrate μ_r zerlegen. Um auch diesen Fall zu modellieren, werden bei den verschiedenen Zuteilungsdisziplinen R Auftragsklassen zuge-

lassen, mit einer mittleren Ankunftsrate λ_r sowie einer Bedienrate μ_r mit $r=1, \dots, R$. Für diese Auftragsklassen muß bei FCFS-Zuteilungsverfahren für alle die gleiche mittlere Bedienrate (also $\mu_r = \mu$ für $r=1, \dots, R$) gefordert werden, da ansonsten kein statistisches Gleichgewicht mehr in einem Warteraum vorhanden ist /SAUE 81/.

In den Kapiteln 2.3.1 - 2.3.3 werden bei der Behandlung der Zuteilungs-Disziplinen Warteräume mit einer Population $\underline{N}=(N_1, \dots, N_r, \dots, N_R)$ betrachtet.

N_r : Anzahl der Aufträge aus Klasse r im Warteraum. Die Gesamtanzahl der Aufträge wird mit N bezeichnet:

$$N = \sum_{r=1}^R N_r$$

2.3.1 PROCESSOR-SHARING (PS)

Diese Zuteilungs-Disziplin wurde entwickelt mit dem Aufkommen von Zeitscheiben-Verfahren (Time-Sharing). In der PS-Zuteilungs-Disziplin wird die Gesamtkapazität einer Bedienstation auf alle Aufträge aufgeteilt. Jeder Auftrag erhält eine infinitesimal kleine Zeit-Scheibe. Ist diese Zeitscheibe abgelaufen, so erhält der nächste Auftrag nach FCFS Zuteilungs-Verfahren die Station zur alleinigen Verfügung. Für einen einzelnen Auftrag entsteht dabei der Eindruck, er habe eine Station mit der Geschwindigkeit $1/n$ des vorhandenen Prozessors vor sich (n :Anzahl der Aufträge, die am Zeitscheiben-Verfahren teilnehmen.).

Ein M/M/1 Warteraum mit PS-Zuteilungsdisziplin, R Auftragsklassen sowie \underline{N} Aufträgen mit $\underline{N}=(N_1, \dots, N_R)$ in der Warteschlange wird durch das Gleichgewichtsverhalten beschrieben /MITR 80/.

Die Gleichgewichtsgleichung lautet:

$$\begin{aligned}
 P(N_1, \dots, N_R) & \left(\sum_{r=1}^R \lambda_r + \sum_{r=1}^R (N_r/N) \mu_r \right) \\
 &= \sum_{r=1}^R P(N_1, \dots, N_{r-1}, \dots, N_R) \xi(N_r) \lambda_r \\
 & \quad + \sum_{r=1}^R P(N_1, \dots, N_{r+1}, \dots, N_R) \mu_r ((N_{r+1})/N)
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

$$\text{mit } \xi(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

Daraus folgt:

$$P(N_1, N_2, \dots, N_R) = (1-\varphi) N! \prod_{r=1}^R (\varphi_r^{N_r} / N_r!) \tag{2.30}$$

$$\text{mit } \varphi_r = \lambda_r / \mu_r \quad \text{und} \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_R$$

Summiert man über alle Klassen R so erhält man:

$$P(N) = (1-\varphi) \varphi^N \tag{2.31}$$

Man erkennt an (2.31), daß die Einführung von Auftragsklassen gegenüber dem M/M/1 Warteraum ohne Auftragsklassen mit FCFS für die gesamte Population keine Veränderung bringt.

2.3.2 LAST-COME-FIRST-SERVE (LCFS)

Diese Zuteilungsverfahren modellieren Stack-Operationen. Es wird unterschieden zwischen unterbrechenden und nicht unterbrechenden Verfahren, für den Fall, daß ein ankommender Auftrag warten muß bis der Auftrag, der gerade in Bearbeitung ist, fertiggestellt wird (LCFSNPR) oder unterbrochen wird (LCFSPPR). Die Gleichgewichtsgleichung für einen Warteraum mit LCFSPPR bei einem Warteschlangenlängenvektor r_1, r_2, \dots, r_N (Der Warteschlangenlängenvektor hat N Elemente, von denen jedes der Auftragsklasse r angehören kann.) berechnet sich in folgender Weise /MITR 80/.

$$P(r_1, r_2, \dots, r_N) \left[\sum_{j=1}^R \lambda_j + \mu_{r_1} \xi(r_1) \right] \quad (2.32)$$

$$= P(r_2, \dots, r_N) \lambda_{r_1} \xi(r_1) + \sum_{j=1}^R P(r_j, r_1, \dots, r_N) \mu_{r_j}$$

Mit (2.32) kann $P(N_1, \dots, N_R)$ berechnet werden:

$$P(N_1, \dots, N_R) = (1-\rho) N! \prod_{r=1}^R \left(\rho_r^{N_r} / N_r! \right) \quad (2.33)$$

Die LCFSPR-Zuteilungs-Disziplin führt also zu den gleichen Ergebnissen bezüglich der Wahrscheinlichkeiten wie die PS-Zuteilungsdisziplin.

2.3.3 INFINITE SERVER (IS)

Warteräume mit Infinite Server Zuteilungsverfahren modellieren Systeme, in denen jeder Auftrag die Zuteilung (d.h.: ohne Wartezeit) des geforderten Betriebsmittel erhält. Die Terminals eines Rechnersystems werden oft mit IS Warteräumen beschrieben.

In den Gleichgewichtsgleichungen kann dieses Verhalten mit einer der Anzahl der Aufträge proportionalen Bedienrate berücksichtigt werden. Die Gleichgewichtsgleichung für einen M/M/ ∞ Warteraum, in dem sich N Aufträge aus R Auftragsklassen bei einer Population $\underline{N} = (N_1, \dots, N_r, \dots, N_R)$ befinden, berechnet sich zu /MITR 80/:

$$P(N_1, \dots, N_R) \left[\sum_{r=1}^R \lambda_r + \sum_{r=1}^R N_r \mu_r \right]$$

$$= \sum_{r=1}^R P(N_1, \dots, N_r - 1, \dots, N_R) \lambda_r \xi(N_r) \quad (2.34)$$

$$+ \sum_{r=1}^R P(N_1, \dots, N_r + 1, \dots, N_R) (N_r + 1) \mu_r$$

Damit kann $P(N_1, \dots, N_R)$ gewonnen werden:

$$P(N_1, \dots, N_R) = \prod_{r=1}^R \left(\rho^{N_r} / N_r! \right) e^{-\rho} \quad (2.35)$$

2.3.4 ANDERE ZUTEILUNGSDISZIPLINEN

Weitere Zuteilungsverfahren sollen hier nur kurz erwähnt werden, da sie für die spätere Modellierung nicht verwendet werden.

Das dem Processor-Sharing-Verfahren ähnliche Round-Robin-Verfahren teilt jedem Auftrag eine kleine Zeitscheibe zu. Sobald die Zeitscheibe eines Auftrags abgelaufen ist, wird dieser Auftrag, wenn die Bedienzeit nicht zu Ende ist, wieder in die Warteschlange eingereiht, und der nächste Auftrag nach FCFS Zuteilungs-Disziplin ausgewählt.

Eine große Klasse von Zuteilungsdisziplinen wählt die Reihenfolge der Betriebsmittelzuteilung nicht anhand der Ankunftszeit aus, sondern anhand der Bedienzeit.

Ein Beispiel hierfür ist die Shortest-Service-Time-First (SSTF) Disziplin. Im Betriebssystem VM/CMS findet dieses Verfahren Anwendung. Hier werden triviale Kommandos vor den nicht-trivialen Kommandos abgearbeitet. Eine weitere Disziplin ist Longest-Service-Time-First (LSTF).

Andere Disziplinen wählen die Zuteilung anhand der speziellen Zusammensetzung der Bedienzeit aus. Zur Verringerung der Wartezeit bei Ein-/Ausgabe-Vorgängen mit Magnetplattenspeicher gibt es die Disziplin Shortest-Seek-Time-First. Dies ist ein Versuch, die Positionierungszeit der Schreib-/Leseköpfe zu minimieren.

Daneben sind viele Mischformen der oben genannten Zuteilungs-Disziplinen bekannt.

2.4 WARTESCHLANGENNETZWERKE MIT M/M/1 WARTERÄUMEN

Einzelne Warteräume genügen nicht, um ganze Rechnersysteme oder Teile solcher Systeme zu modellieren, da diese Systeme aus einer Vielzahl von Bedieneinheiten und Stationen bestehen, die von den Aufträgen eines Rechnersystems in unterschiedlicher Weise benutzt werden. Deshalb ist es notwendig, viele Warteräume in ein Gesamt-Netzwerk zusammenzufassen. Die Entwicklung von Lösungsmethoden solcher Netzwerke begann mit der Berechnung von Netzwerken ohne Rückkopplung bis zur Lösung von beliebigen offenen und geschlossenen Netzwerken. Dabei werden in diesem Kapitel nur Netzwerke mit M Bedien-Stationen und einer Auftragsklasse der Population N betrachtet. Die Bedienraten der Stationen sind konstant und exponentiell verteilt. Der Zustand eines Netzwerkes wird durch die Verteilung der Aufträge $\underline{n}=(n_1, \dots, n_M)$ auf die M Bedien-Stationen eines Netzwerkes gekennzeichnet.

2.4.1 OFFENE NETZWERKE OHNE RÜCKKOPPLUNG

Netzwerke, in denen Aufträge eine Station mit FCFS-Zuteilungsdisziplin nicht mehr als einmal durchlaufen, sind rückkopplungsfrei. Ist die Zeit zwischen den Ankünften zweier Aufträge von außen zu einer Station exponentiell verteilt, so kann man zeigen, daß auch die Zwischenankunftszeiten aller folgenden Stationen exponentiell verteilt sind (Burke-Theorem) /BURK 56/, wenn die Bedienzeiten in den Stationen exponentiell verteilt sind.

Für die Hintereinanderschaltung zweier Stationen sei der Beweis hier nachvollzogen (Abbildung 2.4.1).

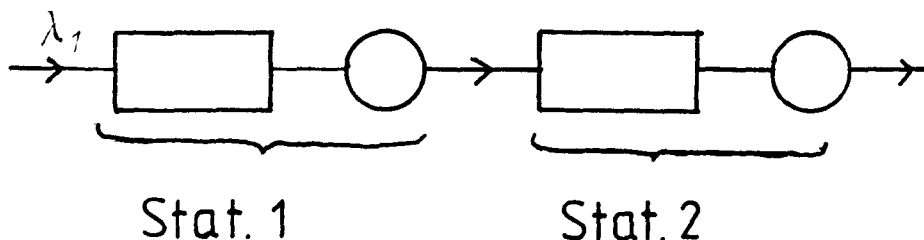


Abbildung 2.4.1: Warteschlangennetzwerk mit zwei Stationen

Die Ankunftsrate zu Station 2 ist gleich der Rate, mit der Aufträge in Station 1 fertiggestellt werden, falls Station 1 nicht leer ist. Befindet sich kein Auftrag in Station 1, so setzt sich die Ankunftszeit des nächsten Auftrags in Station 2 aus der Addition der Zeit bis zur nächsten Ankunft eines Auftrags nach Sta-

tion 1 und der Bedienzeit des Auftrags in Station 1 zusammen.

Zur einfacheren Berechnung betrachtet man nun die Laplace-Transformierten¹⁾ der einzelnen Zufallsgrößen:

$D^*(s)$: Laplace-Transf. der Zeit zwischen den Ankünften zu Stat. 2.

$B^*(s)$: Laplace-Transformierte der Bedienzeit in Stat. 1.

Unter der Annahme, daß Station 1 nicht leer ist gilt:

$$D^{*'}(s) = B^*(s)$$

Für den anderen Fall setzt sich die Ankunftszeit aus der Addition der Zeit bis zur Ankunft des nächsten Auftrags zu Station 1 und der Bedienzeit in Station 1 zusammen. Da die Addition zweier Zufallsgrößen einer Multiplikation der Laplace-Transformierten der Verteilungsdichtefunktionen dieser Zufallsgrößen entspricht, gilt nun:

$$D^{*''}(s) = B^*(s) \underbrace{\lambda_1 / (s + \lambda_1)}$$

Laplace-Transformierte der Exponentialverteilung mit
der mittleren Ankunftsrate λ_1

Insgesamt gilt also:

$$D^*(s) = P_0 D^{*''}(s) + (1 - P_0) D^{*'}(s)$$

P_0 : Wahrscheinlichkeit, daß Station 1 leer ist.

Für den M/M/1 Warteraum gilt :

$$P_0 = 1 - \xi$$

Also folgt:

$$D^*(s) = (1 - \xi) \frac{\lambda_1}{s + \lambda_1} + \xi \frac{\mu_1}{s + \mu_1} = \frac{\lambda_1}{s + \lambda_1} + \xi \frac{\mu_1 - \lambda_1}{s + \mu_1} \quad (2.36)$$

$D^*(s)$ ist wieder die Laplace-Transformierte einer Exponentialverteilung. Dies kann für beliebige Topologien solcher Netzwerktypen gezeigt werden. Hat man damit für jede Station j die mittlere Ankunftsrate λ_j bestimmt, so kann jeder Warteraum isoliert berechnet werden. Die Wahrscheinlichkeiten P_1, \dots, P_M sind statistisch unabhängig. Deshalb kann die Wahrscheinlichkeit P für das gesamte Netzwerk als Produkt der Wahrscheinlichkeiten P_1, \dots, P_M ausgedrückt werden. Es gilt:

$$P = P_1 \dots P_M \quad (2.37)$$

2.4.2 OFFENE NETZWERKE

Die Lösung beliebiger offener Netzwerke wurde 1957 von J.R. Jackson / JACK 57/ vorgestellt. Die Ankunftsrate λ_j zu Station j

¹⁾ Laplace-Transformation: siehe Anhang A

mit FCFS-Zuteilungsdisziplin wird durch (2.38) bestimmt:

$$\lambda_j = \lambda_{0j} + \sum_{i=1}^M \lambda_i P_{ij} \quad (2.38)$$

λ_{0j} : Exponentiell verteilte Ankunftsrate von außen zu Station j .

P_{ij} : Übergangswahrscheinlichkeiten der Aufträge von Station i zu Station j .

Jackson bewies, daß, obwohl die Ankunftsraten der Stationen mit exponentiell verteilter Bedienzeit nicht mehr unabhängig sein können, die Lösung aber als Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeiten P_1, \dots, P_M dargestellt werden kann (Jackson Theorem). Die Wahrscheinlichkeit, daß sich das Netzwerk im Populationszustand $\underline{n} = (n_1, \dots, n_1, \dots, n_M)$ mit $0 \leq n_i \leq N$ befindet, wird mit Gleichung (2.39) bestimmt:

$$P(n_1, n_2, \dots, n_M) = P_1(n_1) \dots P_M(n_M) \quad (2.39)$$

Die Wahrscheinlichkeiten $P_1(n_1), \dots, P_M(n_M)$, auch Randverteilungen genannt, berechnen sich nach den herkömmlichen Warteraumgleichungen für M/M/z Warteräume.

2.4.3 GESCHLOSSENE NETZWERKE

Die Lösung geschlossener Netzwerke mit einer Stationsanzahl M (bei FCFS-Zuteilungsdisziplin) und einer festen Population N wurde 1967 von Gordon und Newell vorgestellt /KLEI 75/.

In der Literatur wird Gleichung (2.38) häufig als Verkehrsgleichung bezeichnet. Oft wird diese Gleichung auch in einer etwas anderen Form bei geschlossenen Netzwerken dargestellt. Da $\lambda_{0j} = 0$ gilt, ist Gleichung (2.38) nicht eindeutig lösbar. Deshalb normiert man alle λ_j auf die Ankunftsrate einer bestimmten Bezugsstation, die von allen Aufträgen besucht wird. Damit erhält man relative Ankunftsraten V_i :

$$V_i = \sum_{j=1}^M V_j P_{ji} \quad \text{für } i=1, \dots, M \quad (2.40)$$

Wegen der nicht eindeutigen Lösbarkeit von (2.40) normiert man

vorher die relativen Ankunftsrate zur Bezugsstation auf 1.

Zur Lösung müssen die relativen Ankunftsrate V_i aus Gleichung (2.40) von allen Stationen bekannt sein. Weiterhin wird definiert:

$$f_i(n_i) = (V_i S_i)^{n_i} \quad \text{mit } S_i = 1/\mu_i: \text{ Bedienzeit in Station } i \quad (2.41)$$

n_i : Aktuelle Anzahl von
Aufträgen an der Bedienstation i

Obwohl die Zeit zwischen zwei Ankünften in einer Bedienstation nicht mehr exponentiell verteilt ist, kann die Wahrscheinlichkeit $P(n_1, \dots, n_M)$ als Produkt von Faktoren ausgedrückt werden, die nur noch Größen der einzelnen Stationen i enthalten (Produktform-Lösung).

$$P(n_1, \dots, n_M) = 1/G(N) \prod_{i=1}^M f_i(n_i) \quad (2.42)$$

Da (2.42) nicht mehr ein Produkt der Randverteilungen ist, muß der Normalisierungsfaktor $G(N)$ eingeführt werden, damit die Vollständigkeitsbedingung gilt:

$$\sum_{B(N, M)} P(n_1, \dots, n_M) = 1 \quad (2.43)$$

$B(N, M)$ sind alle möglichen Populationszustände des geschlossenen Netzwerkes mit M Stationen bei einer Population N .

$$B(N, M) = \{(n_1, \dots, n_M) \mid \sum_{i=1}^M n_i = N; n_i \geq 0; i=1, \dots, M\}$$

Daraus folgt:

$$G(N) = \sum_{B(N, M)} \prod_{i=1}^M f_i(n_i) \quad (2.44)$$

Es sei hier noch darauf hingewiesen, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten P_{ik} der Aufträge im Netzwerk von Station i zu Station k zu unterscheiden sind von den Übergangswahrscheinlichkeiten p_{ik} vom Zustand i nach Zustand k bei den Markov-Ketten.

2.4.4 BERECHNUNGsalgorithmus geschlossener Netzwerke

Gleichung (2.42) ist die analytische Lösung für geschlossene Netzwerke. Die Berechnung der Normalisierungskonstanten $G(N)$ erfordert $B(N,M)$ Additionen. Die Bildung der Summanden erfordert jeweils M Faktoren, die ihrerseits Potenzen von n_i darstellen. Für große Netzwerke ist der Berechnungsfehler, der Rechenaufwand sowie der Speicherplatzbedarf erheblich. Zusätzlich ergeben sich Überlaufprobleme für $G(N)$ bei Berechnung von Gleichung (2.44).

Für geschlossene Warteschlangennetzwerke mit exponentiell verteilten Bedienzeiten wird ein vereinfachter Algorithmus vorgestellt /BUZE 73/. Die folgenden Berechnungsmethoden können nur auf Warteräume mit FCFS-Zuteilungsdisziplinen angewendet werden. Es wird zunächst eine Hilfsfunktion $g(n,m)$ definiert:

$$g(n,m) = \sum_{b(n,m)} \prod_{i=1}^m f_i(n_i) \quad \text{mit } m \geq 1 \text{ und } n \geq 0 \quad (2.45)$$

mit

$$b(n,m) = ((n_1, \dots, n_m) \mid \sum_{i=1}^m n_i = n; 0 \leq n_i \leq n; i=1, \dots, m)$$

Dazu müssen die Lösungen V_i aus Gleichung (2.40) bekannt sein. Für $m \geq 1$ und $n \geq 0$ kann $g(n,m)$ auch anders ausgedrückt werden:

$$g(n,m) = \sum_{\substack{b(n,m) \\ \wedge n_m = 0}} \prod_{i=1}^m f_i(n_i) + \sum_{\substack{b(n,m) \\ \wedge n_m > 0}} \prod_{i=1}^m f_i(n_i) \\ = g(n, m-1) + V_1 S_1 g(n-1, m) \quad (2.46)$$

Die rekursive Gleichung (2.46) wird nun für $n=1, \dots, N$ und $m=2, \dots, M$ berechnet. Dazu sind folgende Startwerte nötig:

$$g(n,1) = f_1(n) \quad \text{für } n=0,1,\dots,N$$

und

$$g(0,m) = 1 \quad \text{für } m=1,2,\dots,M$$

Für $n=N$ und $m=M$ gilt /BUZE 73/:

$$g(N,M) = G(N) \quad (2.47)$$

Die rekursive Berechnung von $G(N)$ bringt nicht nur Vorteile in der schnelleren Berechnung. Es besteht auch die Möglichkeit, den bei großen Netzwerken (viele Bedien-Stationen und große Auftragspopulation) entstehenden Speicherplatzbedarf zu verringern. Die $g(n,m)$ können in einer $((N+1) \times M)$ -Matrix angeordnet werden. Bei

jedem Berechnungsschritt von $g(n,m)$ brauchen nur zwei Spalten einer solchen Matrix abgespeichert zu werden.

Ein zusätzlicher Vorteil der rekursiven Berechnung liegt nicht nur in der schnelleren und einfacheren Bestimmung der Normalisierungskonstanten. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Station i eine Population $n_i=k$ hat, auch Randwahrscheinlichkeit genannt, kann mit (2.48) bestimmt werden:

$$P(\underline{n}|n_i=k) = \sum_{\substack{B(N,M) \\ \wedge n_i=k}} P(\underline{n}) = \sum_{\substack{B(N,M) \\ \wedge n_i=k}} \frac{1}{G(N)} \prod_{j=1}^M f_j(n_j) \quad (2.48)$$

Aus dieser Gleichung kann unter Einbeziehung von Gleichung (2.47) die Randwahrscheinlichkeit mit $G(N)$ ermittelt werden.

$$P_i(n_i=k) = f_i(k) \frac{1}{G(N)} \sum_{B(N,M)} \prod_{j=1}^M f_j(n_j) = f_i(k) (G(N-k)/G(N)) \quad (2.49)$$

Da bei der Berechnung von $g(N,M)$ ohnehin $G(N-k)$ als Zwischenschritt innerhalb der Matrix $g(n,m)$ vorhanden ist, kann auf einfache Weise die Randwahrscheinlichkeit gewonnen werden.

2.5 COX-VERTEILUNGEN

Schon Erlang hatte mit Hilfe von Serien-/Parallelverknüpfungen von Exponential-Bedieneinheiten eine Methode entwickelt, mit der beliebige Verteilungen bezüglich der Momente erster und zweiter Ordnung nachgebildet werden können.

Eine Verallgemeinerung wurde von D.R. Cox /MITR 80/ durchgeführt. Abbildung 2.5.1 zeigt die Verknüpfung der Bedieneinheiten mit dieser Methode. Für eine solche Verknüpfung gilt die Einschränkung, daß nicht mehr als ein Auftrag in dem Netzwerk (Abbildung 2.5.1) vorhanden sein darf.

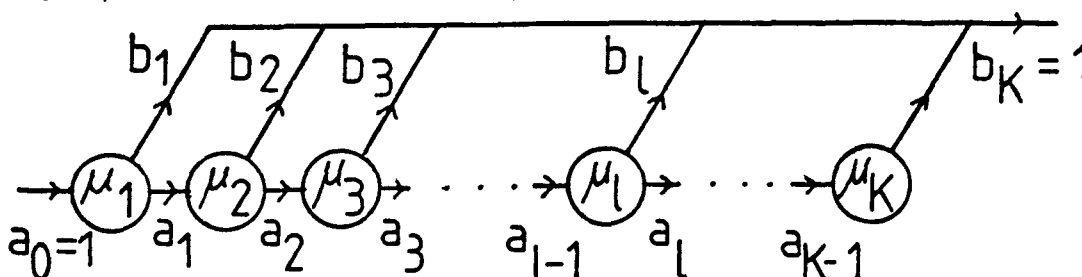


Abbildung 2.5.1: Verknüpfung von Exponential-Bedieneinheiten zur Erzeugung einer Cox-Verteilung.

a_i : Wahrscheinl., daß ein Auft. von Stat. i nach Stat. $i+1$ geht

b_i : " " " " nach Stat. i das Netz. verläßt.

μ_i : Bedienrate in Station i

Für die Bedienzeit eines Auftrags in diesem Netzwerk gilt:

$$S = \sum_{l=1}^K A_l b_l \sum_{i=1}^1 1/\mu_i$$

$$= \sum_{i=1}^K A_i / \mu_i \quad (2.50)$$

mit $A_l = a_1 a_2 \dots a_{l-1}$.

Die Laplace-Transformierte²⁾ der Bedienzeit-Verteilung ist:

$$S^*(s) = \sum_{l=1}^K A_l b_l \prod_{i=1}^1 \mu_i / (\mu_i + s) = Z(s) / N(s) \quad (2.51)$$

Der Rang des Zählerpolynoms $Z(s)$ ist stets kleiner als der des Nennerpolynoms $N(s)$. Mit Gleichung (2.51) kann also jede Verteilung, die eine rationale Laplace-Transformierte besitzt, nachgebildet werden, bei entsprechender Wahl der einzelnen μ_i . Ein Netzwerk nach Abbildung 2.5.1 kann auch verschiedene Bedienzeit-Verteilungen für R Auftragsklassen erzeugen, wenn die a_i , b_i und μ_i der Exponentialserver abhängig von den Auftragsklassen sind (also a_{ir} , b_{ir} und μ_{ir}). Die mittlere Bedienzeit der Klasse r in einem Netzwerk nach Abbildung 2.5.1 berechnet sich dann zu:

$$S_r = \sum_{l=1}^{K_r} A_{rl} / \mu_{rl} \quad (2.52)$$

mit $A_{rl} = a_{r1} \dots a_{rl-1}$ für $l=1, \dots, K_r$

K_r : Anzahl der Stationen, die von Aufträgen der Klasse r besucht werden in einem Netzwerk nach Abbildung 2.5.1.

a_{rl} : Wahrscheinlichkeit, daß Aufträge der Klasse r von Station l nach Station $l+1$ des Netzwerkes nach Abbildung 2.5.1 gehen.

μ_{rl} : Bedienrate der Klasse r an Station l des Netzwerkes nach Abbildung 2.5.1.

Diese Bedienzeiten S_r der Auftragsklassen brauchen nicht mehr exponentiell verteilt zu sein. Es kann gezeigt werden, daß die Berechnungsgrundsätze aus Kapitel 2.3 für Cox-verteilte Bedienzeiten die gleichen Ergebnisse wie bei exponentiell verteilten

2) Laplace-Transformation: siehe Anhang A

Bedienzeiten liefern /MITR 80/. Die Bedienzeiten der Auftragsklassen können bei PS-, LCFSPR- und IS-Warteräumen Cox-verteilt sein. Bei FCFS Warteraumtypen ist die Einschränkung vorhanden, daß alle Auftragsklassen die gleiche Bedienzeit-Verteilung haben müssen. Diese Verteilung muß exponentiell sein /SAUE 81/.

2.6 BCMP-MODELLE

Die BCMP-Modelle bilden den derzeit höchsten Stand der Lösungsmöglichkeit von Warteschlangennetzwerken. Dieser Modelltyp wurde nach den Verfassern F. G. Baskett, K.M. Chandy, R.R. Muntz und F.G. Palacios benannt /BASK 75/.

Es wird ein Netzwerk mit M Stationen betrachtet. Das Netzwerk kann teilweise offen oder geschlossen sein. Die Population des offenen Teilnetzwerkes hängt von der Ankunftsrate und der Bedienzeit der Aufträge in den Stationen des Netzwerkes ab. Die Population des geschlossenen Teilnetzwerkes ist konstant. Die Population eines geschlossenen Netzwerkes wird mit $\underline{N}=(N_1, \dots, N_R)$ bezeichnet. Der Zustand des Netzwerkes wird durch die Populationsmatrix \underline{n}' dargestellt:

$$\underline{n}'=(\underline{n}_1, \dots, \underline{n}_M)$$

mit \underline{n}_i : Populationsvektor von Station i.

Für \underline{n}_i gilt:

$$\underline{n}_i=(n_{i1}, \dots, n_{ir}, \dots, n_{iR}) .$$

mit n_{ir} : Population der Auftragsklasse r in Station i

Die Summe der Aufträge in einer Station i lautet:

$$n_i = \sum_{r=1}^R n_{ir}$$

Die Summe n aller Aufträge in allen Stationen des Netzwerkes berechnet sich nach:

$$n = \sum_{i=1}^M \sum_{r=1}^R n_{ir}$$

Die Lösung wird hier nur für lastunabhängige Bedienzeiten der Auftragsklassen gezeigt. Gesucht wird die Wahrscheinlichkeit $P(\underline{n}')$.

Gegenüber den bisherigen Netzwerktypen können Aufträge einer Auftragsklasse r bei Fertigstellung von Station i nach Station j

gehen, und dort die Auftragsklasse s annehmen:

$P_{ir;js}$ mit $i, j=1, 2, \dots, M$
und $r, s=1, 2, \dots, R$.

Übergangswahrscheinlichkeit der Klasse r von Station i nach Station j mit Wechsel der Auftragsklasse von Klasse r nach s .

Dieser Auftragsklassenwechsel wird hier nicht weiter angewendet. Zur genaueren Untersuchung wird das Netzwerk in Unterketten E_K zerlegt. Alle Stationen, die von einer Auftragsklasse besucht werden während des Umlaufs im Netzwerk, bilden eine Unterkette E_K . Es gibt also $m_{E_K}=R$ Unterketten. Die Unterketten können offen oder geschlossen sein. Bei externen Ankunftsdaten unterscheidet man zwischen zwei unterschiedlichen Ankunftsprozessen:

- 1.) Möglich ist eine externe Ankunftsrate $\lambda_{ir}(N|\underline{n}')$, die von der Summe der Aufträge im Netzwerk abhängig ist.
- 2.) Bestimmte Unterketten haben eine Ankunftsrate $\lambda_{ir}(N|\underline{n}'(N_{E_K}))$, die von der Anzahl der Aufträge in der Unterkette abhängig sind.

Die anderen Unterketten sind geschlossen. Es zirkuliert in ihnen eine feste Population.

Weiterhin sind vier Warteraumtypen im Netzwerk zugelassen, die nach ihren Zuteilungs-Disziplinen unterschieden werden:

Typ 1: FCFS

Die Bedienzeiten μ_{ir} aller Auftragsklassen müssen exponentiell verteilt sein mit gleicher mittlerer Bedienrate μ_i . Bei dieser Zuteilungs-Disziplin ist diese Restriktion notwendig, da sonst kein statistisches Gleichgewicht in der Station vorhanden ist.

Typ 2: PS

Die Bedienzeiten μ_{ir} aller Auftragsklassen können unterschiedlich verteilt sein. Dabei muß es sich jedoch um eine Cox-Verteilung handeln (siehe Kapitel 2.5).

Typ 3: IS

Für die Bedienzeit gelten die gleichen Einschränkungen wie für Warteräume des Typs 2.

Typ 4: LCFSPR

Die Einschränkungen der Bedienzeit sind die gleichen wie für Warteräume des Typs 2.

Die Lösung der allgemeinen Verkehrsgleichung V_{ir} kann aus (2.53) für alle Unterketten E_K bestimmt werden:

$$V_{js} = P_{0js} + \sum_{(ir) \in E_K} V_{ir} P_{ir;js} \quad \text{mit } (js) \in E_K \quad (2.53)$$

P_{0ir} : Wahrscheinlichkeit, daß ein Auftrag der Klasse r von außen in Station i ankommt.

Für geschlossene Unterketten E_K gilt:

$$P_{0ir} = 0 \quad \text{mit } (ir) \in E_K$$

Für die Wahrscheinlichkeit $P(\underline{n}')$ gilt:

$$P(\underline{n}') = (1/G(\underline{N})) d(\underline{n}') f_1(\underline{n}_1) f_2(\underline{n}_2) \dots f_M(\underline{n}_M) \quad (2.54)$$

G ist die Normalisierungskonstante und $d(\underline{n}')$ ist ein zusätzlicher Faktor, der die externen Ankunftsrate berücksichtigt.

Für Ankunftsrate des ersten Typs gilt:

$$d(\underline{n}') = \prod_{n=0}^{N(\underline{n}')-1} \lambda(n) \quad (2.55)$$

Für Ankunftsrate des zweiten Typs gilt:

$$d(\underline{n}') = \prod_{k=1}^{m_{E_K}} \prod_{n=0}^{\underline{n}'(\underline{n}'|n_{E_K})-1} \lambda_K(n) \quad (2.56)$$

Für geschlossene Netzwerke gilt:

$$d(\underline{n}') = 1$$

Die Faktoren $f_i(\underline{n}_i)$ sind von den jeweiligen Warteraumtypen abhängig:

$$\text{Typ 1: } f_i(\underline{n}_i) = \prod_{j=1}^{n_i} V_{irj} / \mu_i \quad (2.57)$$

$$\text{Typ 2: } f_i(\underline{n}_i) = n_i! \prod_{r=1}^R \prod_{l=1}^{K_{ir}} (V_{irA_{irl}} / \mu_{irl})^{n_{irl}} (1/n_{irl}!) \quad (2.58)$$

$$\text{Typ 3: } f_i(\underline{n}_i) = \prod_{r=1}^R \prod_{l=1}^{K_{ir}} (V_{irA_{irl}} / \mu_{irl})^{n_{irl}} (1/n_{irl}!) \quad (2.59)$$

$$\text{Typ4: } f_i(\underline{n}_i) = \prod_{j=1}^{n_i} (V_{ir} A_{irj} l_j / \mu_{irj} l_j) \quad (2.60)$$

r_j : Populationsvektor bei FCFS und LCFSPR Warteschlangen (Kap. 2.3)
mit $r=1, \dots, R$ und $j=1, \dots, n_i$.

l_j : Stat. des Netzwerkes (Abb. 2.5.1), in der sich Auftrag r_j befindet.

A_{ir1} : siehe Kapitel 2.5 (Cox-Verteilung)

K_{ir} : siehe Kapitel 2.5 (Cox-Verteilung)

n_{ir1} : Population der Station i in der Stufe 1 der Cox-Verteilung
(Abbildung 2.5.1) von Auftragsklasse r .

Der Vorteil dieser Lösung besteht darin, daß außer den Mittelwerten keine Momente der Bedienzeit-Verteilungen in den Lösungsgleichungen enthalten sind.

Nach dem BCMP-Theorem können die Gleichungen für $f_i(\underline{n}_i)$ vereinfacht werden. Man kann zeigen, daß die Gleichungen (2.57)-(2.60) ersetzt werden können durch die Gleichungen (2.61) und (2.62), in dem nur noch die mittleren Bedienraten bzw. Bedienzeiten vorkommen. Dabei bleibt die Einschränkung für FCFS-Warteräume erhalten.

Für konstante Bedienzeiten gilt bei FCFS-, PS- und LCFSPR-Warteräumen:

$$f_i(\underline{n}_i) = n_i! \prod_{r=1}^R (1/n_{ir}!) (V_{ir} S_{ir})^{n_{ir}} \quad \text{mit } S_{ir} = 1/\mu_{ir} \quad (2.61)$$

Für IS-Warteräume gilt:

$$f_i(\underline{n}_i) = \prod_{r=1}^R (1/n_{ir}!) (V_{ir} S_{ir})^{n_{ir}} \quad \text{mit } S_{ir} = 1/\mu_{ir} \quad (2.62)$$

Baskett, Chandy, Muntz und Palacios bewiesen, daß diese Gleichungen in Gleichung (2.54) eingesetzt werden können.

Die Normalisierungskonstante berechnet sich wie folgt:

$$G(\underline{N}) = \sum_{B(\underline{N}, M)} \prod_{i=1}^M f_i(\underline{n}_i) \quad (2.63)$$

$B(\underline{N}, M)$ ist die Anzahl aller möglichen Populationsverteilungen mit der Erweiterung auf R Auftragsklassen (Kapitel 2.4.4):

$$B(\underline{N}, M) = \{(\underline{n}_1, \dots, \underline{n}_M) \mid 0 \leq n_{ir} \leq N_r; \text{ für } 1 \leq r \leq R;$$

$$\text{mit } \sum_{i=1}^M n_{ir} = N_r)$$

Für geschlossene Netzwerke mit $d(\underline{n}')=1$ bereitet die Bestimmung von $G(\underline{N})$ Schwierigkeiten bezüglich Speicherplatz, Rechenzeit und Überlaufproblemen.

Auch für die Bestimmung von $G(\underline{N})$ aus Gleichung (2.63) kann analog zu Kapitel 2.4.4 ein Berechnungsalgorithmus angewendet werden, der weniger aufwendig und dazu genauer ist. Zwar ist dieses Verfahren immer noch aufwendiger als das in Kapitel 2.4.4 beschriebene Verfahren (hier sind R Auftragsklassen zugelassen), dennoch läßt sich eine erhebliche Verbesserung der Rechengeschwindigkeit erzielen. Dieses Verfahren wird im folgenden nicht weiter erläutert, da die im nächsten Kapitel vorgestellte Mittelwertanalyse größere Vorteile bietet als das von Bruell /BRUE 80/ beschriebene Verfahren zur Bestimmung von $G(\underline{N})$.

2.7 DIE MITTELWERTANALYSE GESCHLOSSENER WARTESCHLANGENNETZWERKE

Die Berechnung von Gleichung (2.54) als Lösung der BCMP-Modelle insbesondere die Bestimmung von $G(\underline{N})$ bereitet immer noch Schwierigkeiten, auch wenn verkürzende Berechnungsmethoden angewendet werden. Aus diesem Grund schlugen 1980 M. Reiser und S.S. Lavenberg /REIS 80/ eine rekursive Methode vor, mit der die Größen wie Wartezeit und Warteschlangenlänge der Bedienstation eines geschlossenen Warteschlangennetzwerkes mit M Stationen und R Auftragsklassen bestimmt werden können, ohne die Normalisierungskonstante $G(\underline{N})$ berechnen zu müssen.

Zur Lösung müssen die relativen Ankunftsraten V_{ir} aus Gleichung (2.53) bekannt sein. In diesem Kapitel wird nur die Lösung für konstante Bedienzeiten gezeigt, da nur solche Warteräume verwendet werden. Diese Bedienzeiten unterliegen den gleichen Einschränkungen wie bei den BCMP-Modellen in den einzelnen Warteräumen.

Reiser und Lavenberg stellten einen Berechnungsalgorithmus vor, bei dem nicht mehr die Wahrscheinlichkeit $P(\underline{n}')$ aus Gleichung (2.54) berechnet werden muß. Mit einer rekursiven Gleichung kann die mittlere Wartezeit eines Auftrags der Klasse r in Station i berechnet werden.

Diese rekursive Gleichung lautet:

$$T_{ir}(\underline{N}) = S_{ir}(1 + L_i(\underline{N} - e_r)) \quad (2.65)$$

$$e_r = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$$

e_r ist ein Einheitsvektor mit R Komponenten, die alle den Wert 0 haben außer in der r-ten Komponente eine 1.

$(\underline{N} - e_r)$ ist eine Auftragspopulation, in der die Auftragsklasse r um einen Auftrag vermindert ist.

L_i : Anzahl der Aufträge aller Klassen in Station i

Gleichung (2.65) wird interpretiert als die Wartezeit, die ein neu ankommender Auftrag der Klasse r im Warteraum i hat.

Der Berechnungsalgorithmus (/Chan 81/) läuft in folgender Weise ab:

Algorithmus 1:

1.) Initialisierung

$$L_i(0) = 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, M$$

2.) $\underline{n} = (n_1, n_2, \dots, n_R)$ mit $n_1 = 0, 1, \dots, N_1; \dots; n_R = 0, 1, \dots, N_R$

Führe die Schritte 3-5 für alle Kombinationen von n aus.

$$\left. \begin{array}{ll} 3.) \quad T_{ir} = S_{ir} & \text{für } n_{ir} > 0 \quad \text{bei IS} \\ T_{ir} = 0 & \text{für } n_{ir} = 0 \quad \text{bei IS} \\ T_{ir} = S_{ir}(1 + L_i(\underline{n} - e_r)) & \text{bei FCFS, PS und LCFSPR} \end{array} \right\} \text{für } i = 1, \dots, M$$

$$4.) \quad X_r = \frac{N_r}{\sum_{i=1}^M T_{ir} V_{ir}} \quad \text{für } r = 1, \dots, R$$

$$5.) \quad L_i(\underline{n}) = 1 + \sum_{r=1}^R X_r V_{ir} T_{ir} \quad \text{für } i = 1, \dots, M$$

Der Rechenaufwand für große Netzwerke ist zwar immer noch hoch, jedoch gibt es keine Überlaufprobleme mehr, da die Normalisierungskonstante $G(\underline{N})$ nicht mehr berechnet werden muß.

Die Schweitzer Approximation /CHAN 81/ ist ein brauchbares Mittel, den in großen Netzwerken entstehenden Rechenaufwand der Mittelwertanalyse zu verringern. Schweitzer ging davon aus, daß sich

in großen Populationen eines Netzwerkes der Zustand der einzelnen Stationen bei Verringerung der Population einer Auftragsklasse um 1 ($\underline{N}-e_r$) nur wenig ändert. Diese Änderung ist als Schweitzer-Approximation bekannt:

$$L_{ir}(\underline{N}-e_r) = \frac{N_r-1}{N_r} L_{ir}(\underline{N}) \quad (2.66)$$

L_{ir} : Anzahl der Aufträge von Klasse r in Station i

Mit dieser Approximation wird eine Iteration durchgeführt, die ausgehend, von einer mittleren Population in allen Warteräumen als Startwert, die richtigen Warteschlangenlängen liefert. Dabei ist der Rechenaufwand erheblich vermindert, da nur die Rekursion der Gleichung (2.65) von Population $\underline{N}-e_r$ nach Population \underline{N} durchgeführt werden muß. In Algorithmus 2 ist dieses Berechnungsverfahren erläutert.

Algorithmus 2:

1.) Vorbelegung aller Stationen mit einer mittleren Population

$$L_{ir}(\underline{N}) = \frac{V_{ir} N_r}{\sum_{r=1}^R V_{ir}} \quad \begin{array}{l} i=1, \dots, M \\ r=1, \dots, R \end{array}$$

2.) $I=0$

3.) Berechnung der Warteschlangenlänge für ($\underline{N}-e_r$)

$$L_{ir}^{(I)}(\underline{N}-e_r) = \frac{N_r-1}{N_r} L_{ir}^{(I)}(\underline{N}) \quad \begin{array}{l} \text{für } i=1, \dots, M \\ \text{für } r=1, \dots, R \end{array}$$

$$L_i^{(I)}(\underline{N}) = \sum_{r=1}^R L_{ir}^{(I)}(\underline{N})$$

$$L_i^{(I)}(\underline{N}-e_r) = \sum_{r=1}^R L_{ir}^{(I)}(\underline{N}-e_r)$$

4.) Berechnung der Wartezeit

$$\left. \begin{array}{l} T_{ir}^{(I)} = S_{ir}(1 + L_i^{(I)}(\underline{N}-e_r)) \text{ bei FCFS, PS und LCFS} \\ T_{ir}^{(I)} = S_{ir} \quad \text{für } n_{ir} > 0 \quad \text{bei IS} \\ T_{ir}^{(I)} = 0 \quad \text{für } n_{ir} = 0 \quad \text{bei IS} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{für } r=1, \dots, R \\ \text{für } i=1, \dots, M \end{array}$$

5.) Berechnung des Durchsatzes

$$X_r^{(I)} = \frac{N_r}{\sum_{i=1}^M T_{ir} V_{ir}^{(I)}} \quad \text{für } r=1, \dots, R$$

6.) Berechnung der neuen Warteschlangenlänge

$$I \leftarrow I+1$$

$$L_i^{(I)}(\underline{N}) = 1 + \sum_{r=1}^R X_r^{(I)} V_{ir}^{(I)} T_{ir}^{(I)} \quad \text{für } i=1, \dots, M$$

7.) Konvergenzkriterium

$$\frac{|L_{ir}^{(I)}(\underline{N}) - L_{ir}^{(I-1)}(\underline{N})|}{N_r} < 1/(4000 + 16N)$$

Ist diese Bedingung erfüllt, kann die Iteration beendet werden.

Ansonsten : Springe nach 3.)

Da die relativen Populationsänderungen für große Populationen bei Verminderung der Klasse r um einen Auftrag immer kleiner werden, ist die Konvergenzbedingung so ausgelegt, daß sie automatisch mit wachsender Population kleiner wird.

2.8 BERECHNUNGSGRÖßEN

Für die genaue Analyse eines Warteschlangennetzwerkes werden mehr Größen benötigt, als nur die Wahrscheinlichkeit eines Netzwerkzustandes oder die Randwahrscheinlichkeiten. Wesentliche Größen für einzelne Netzwerk-Stationen sind die mittlere Warteschlangenlänge einer Station, der mittlere Durchsatz einer Station, die mittlere Auslastung und die mittlere Wartezeit eines Auftrags in einer Station.

Aus den Randwahrscheinlichkeiten der Stationen kann die mittlere Warteschlangenlänge (hier für eine Auftragsklasse) bestimmt wer-

den:

$$L_i = \sum_{j=1}^N j P_i(n_i=j) \quad (2.67)$$

Hat man die Anzahl der Aufträge L_{ir} von Klasse r in Station i , so kann die Warteschlangenlänge L_i mit folgender Gleichung bestimmt werden:

$$L_i = \sum_{r=1}^R L_{ir}$$

Mit Hilfe der Gleichung von Little $L=T \cdot \lambda$ /LITT 61/ kann die mittlere Wartezeit bestimmt werden, als die Zeit, die ein Auftrag der Klasse r in Station i mit FCFS-, PS- oder LCFSPR-Zuteilungsdisziplin verbringt:

$$T_{ir} = L_i / X_{ir} \quad (2.68)$$

Bei IS-Warteräumen gilt für die Wartezeit:

$$T_{ir} = S_{ir} \quad (2.69)$$

Der Durchsatz X_r einer Klasse r durch die Bezugsstation eines geschlossenen Netzwerks berechnet sich zu/BUZE 78/:

$$X_r = \frac{N_r}{\sum_{i=1}^M T_{ir} V_{ir}} \quad (2.70)$$

Der Durchsatz eines offenen Netzwerkes ist gleichzeitig Ankunftsrate und Fertigstellungsrate (Gleichgewichtszustand) des Netzwerkes von außen gesehen.

Der Durchsatz einer Klasse r in Station i , die nicht Bezugsstation ist, wird mit (2.71) bestimmt /BUZE 78/:

$$X_{ir} = V_{ir} X_r \quad (2.71)$$

Damit kann die Auslastung U_{ir} von Warteraum i durch Auftragsklasse r berechnet werden /BUZE 78/:

$$U_{ir} = X_{ir} S_{ir} \quad (2.72)$$

3.0 KOMPONENTEN EINES EIN-/AUSGABE-SUBSYSTEMS

In diesem Kapitel sollen die verschiedenen Betriebsmittel der E/A-Subsysteme näher beschrieben werden, da die Zeitdauer für eine E/A-Operation abhängig ist vom Aufbau, der Wahl und der Verknüpfung der Betriebsmittel, die an der Datenübertragung und Datenspeicherung beteiligt sind. Von besonderer Bedeutung sind dabei die Hard- und Software-Komponenten eines E/A-Subsystems. Die untersuchten Komponenten sind ausschließlich IBM-Konfigurationen mit MVS-Betriebssystemen entnommen.

3.1 HARDWARE-KOMPONENTEN DES E/A-SUBSYSTEMS UND DEREN ANSCHLUß-MÖGLICHKEITEN

3.1.1 KANÄLE

Ein Kanal (Ch) ist ein von der Zentraleinheit unabhängiger E/A-Prozessor, der ein sogenanntes Kanalprogramm abarbeitet, das den E/A-Vorgang vollständig beschreibt. Für Magnetplattenspeicher werden in IBM-Konfigurationen nur Blockmultiplex-Kanäle verwendet mit einer maximalen Übertragungsrate von 1.2MByte/s. Diese Kanäle übertragen Datenblöcke von verschiedenen Platteneinheiten zum Zentralspeicher im Zeitmultiplex-Verfahren. Sie verbinden den Zentralspeicher mit den Platten-Kontrolleinheiten (Cu). Die Kanäle sind dem Zentralspeicher und der Zentraleinheit fest zugeordnet (d.h.: Ein Kanal kann nur von einem Prozessor benutzt werden.) /PAAN 82/.

3.1.2 KONTROLLEINHEITEN

Jede Kontrolleinheit kann von maximal zwei Kanälen, die fest mit einer Zentraleinheit verbunden sind, angesteuert werden. Während

der Übertragung wird hier die Überprüfung des Fehlercodes vorgenommen. An jede Kontrolleinheit können zwei Stränge mit jeweils bis zu acht Platteneinheiten angeschlossen werden. Jedem Strang ist ein Strang-Kopf (Head of String:HS) vorgeschaltet /PAAN 82/.

3.1.3 STRANG-KÖPFE

Diese Betriebsmittel setzten die bit-seriellen Daten, die von einer Platteneinheit kommen in byte-parallele Daten zur Übertragung um. Beim Schreibvorgang geschieht dies in umgekehrter Richtung /PAAN 82/.

3.1.4 MAGNETPLATTENEINHEITEN

Magnetplatteneinheiten werden oft als Direktzugriffsspeichereinheiten (Direct Access Storage Device: DASD) bezeichnet zur Unterscheidung von Magnetbandspeichereinheiten. Der Zugriff ist direkt zu allen Daten-Sätzen möglich, im Gegensatz zu Magnetbandeinheiten, bei denen nur sequentiell die Daten-Sätze zu erreichen sind. Man kann zwei Typen von Direktzugriffsspeicher unterscheiden:

- Speichereinheiten mit festen Schreib-/Lese-Köpfen (S/L-Köpfen)
- Speichereinheiten mit beweglichen S/L-Köpfen

Bei Speichereinheiten mit festen S/L-Köpfen wird noch unterschieden zwischen Trommelspeichern und Festkopfplatten gemäß der geometrischen Form des Speichermediums (Zylinder oder Scheibe). Aufgrund der räumlichen Ausdehnung der fest installierten S/L-Köpfe kann der Festkopfspeicher die physikalisch mögliche Speicherkapazität nur ungenügend ausnutzen. Die typische Speicherkapazität einer Festkopfplatte beträgt etwa 10 MByte.

Magnetplattenspeicher mit beweglichen S/L-Köpfen können die mögliche Speicherdichte voll ausnutzen. Andererseits entsteht eine Verzögerung durch die Positionierungszeit der beweglichen S/L-Köpfe (siehe unten). Im folgenden soll eine solche Platteneinheit vom Typ IBM "3350" beschrieben werden, die derzeit in der KFA installiert ist. Abbildung 3.1.1 zeigt die Anordnung der

S/L-Köpfe in einer solchen Platteneinheit.

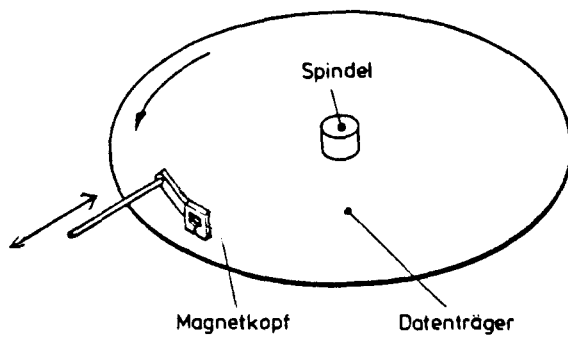


Abbildung 3.1.1: Räumliche Anordnung eines S/L-Kopfes (Magnetk.)

Zur Vergrößerung der Speicherkapazität sind viele Speicherplatten übereinander zu einer Spindel zusammengefaßt. Die S/L-Köpfe einer Spindel können nur gleichzeitig bewegt werden (S/L-Kamm). Diese IBM "3350" Platteneinheit wird im Normalfall als Magnetplattenspeicher mit beweglichen S/L-Köpfen genutzt. Eine Oberfläche der Platten ist jedoch als Festkopfplatte mit festen S/L-Köpfen ausgelegt, um für einen kleinen Teil der Datensätze möglichst hohe Zugriffsgeschwindigkeiten zu erzielen. Die mittlere Positionierzeit der S/L-Köpfe wird berechnet nach der Zeit, in der im Mittel alle Daten erreicht werden können. Diese mittlere Zeit kann nicht das arithmetische Mittel aus minimaler und maximaler Auslenkung der S/L-Köpfe sein. Durch die Scheibenform der Magnetplatten befindet sich die Hälfte der gespeicherten Daten in einem Bereich (Außenrand der Scheibe), wo die S/L-Köpfe nur ein Drittel des maximal möglichen Positionierweges zurücklegen müssen. Bei der "3350" Einheit beträgt diese mittlere Positionierzeit (Seek-Time) etwa 25 ms /FRIE 81/. Die Rotationsgeschwindigkeit der Platte beträgt 3600 U/min. (Dies entspricht einer Zeit von 16,67 ms für eine Umdrehung.)

Bei "3350" Platteneinheiten sind keine festen Blocklängen vorgesehen. Deshalb können die Datensätze zwar sehr effektiv angeordnet werden, jedoch entstehen bei nachträglichen Änderungen der Datensätze Lücken, die nicht mehr aufgefüllt werden können.

Die Gesamtspeicherkapazität beträgt 300MByte bei einer Datenübertragungsrate von 1.2 MByte/s. Eine weitere Platteneinheit von IBM ist die "3380". Platten dieses Typs sollen Ende 1983 in der KFA installiert werden. Der physikalische Aufbau unterscheidet sich von der "3350" Einheit dadurch, daß zwei Spindeln in einer Platteneinheit vorhanden sind. Jede Spindel hat zwei unabhängige S/L-Kämme, die jeweils auf einen Teil (äußere Fläche oder innere Fläche) der Magnetplatte zugreifen können. Die Übertragung kann

wahlweise von einer Spindel oder beiden Spindeln derselben Platteneinheit gleichzeitig erfolgen. Die mittlere Positionierzeit kann wegen der beiden Zugriffskämme auf 16 ms gesenkt werden. Durch Erhöhung der physikalischen Speicherdichte gegenüber den "3350" Einheiten hat der Plattenstapel einer Spindel eine Speicherkapazität von 1.2 GByte mit einer maximalen Datenübertragungsrate von 3.0 MByte.

Das Prinzip der variablen Blocklänge wurde abgeschafft. Stattdessen werden die Datensätze in feste Blocklängen von 32 Bytes unterteilt, um einerseits die Nachteile der variablen Blocklängen zu vermeiden und zusätzlich große Freiräume im letzten Block eines Datensatzes zu vermeiden, da die Länge eines Datensatzes meist kein ganzzahliges Vielfaches der Blocklänge ist.

Tabelle 3.1 zeigt die Daten der beiden Platteneinheiten /PAAN 82/:

Tabelle 3.1: Daten der Platteneinheiten "3350" und "3380".

| Platteneinheit: | "3350" | "3380" |
|---------------------------|-------------|-------------|
| Speicherkapazität: | 300 MByte | 1.2 GByte |
| Positionierzeit: min.: | 10 ms | 3 ms |
| max.: | 50 ms | 30 ms |
| Mittlere Positionierzeit: | 25 ms | 16 ms |
| Daten-Transfer-Rate: | 1.2 Mbyte/s | 3.0 MByte/s |

3.1.5 ANSCHLUßMÖGLICHKEITEN DER ÜBERTRAGUNGSBETRIEBSMITTEL

Es werden die Möglichkeiten gezeigt, die das MVS/SP-Betriebssystem mit den Kontrolleinheiten "3850" und den Platteneinheiten "3350" und "3380" erlaubt. Der einfachste Fall der E/A-Konfiguration ist die serielle Anordnung (Abbildung 3.1.2).

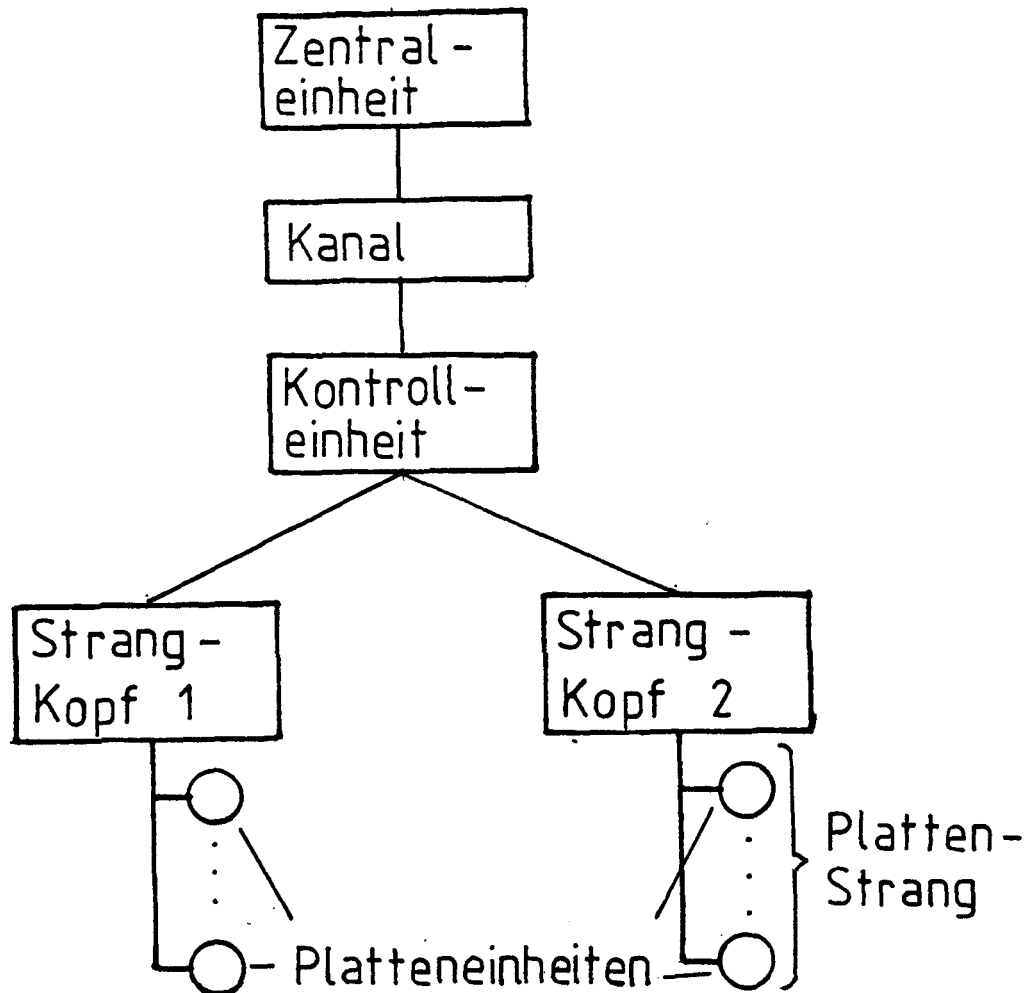


Abbildung 3.1.2:..Serielle Anordnung.

Diese Anordnung der Betriebsmittel ist zwar einfach zu realisieren, jedoch bringt sie Nachteile mit sich:

- 1.) Die Ausfallsicherheit ist gering, da mit Ausfall von Kanal oder Kontrolleinheit kein Zugriff zu allen Plattensträngen mehr möglich ist.
- 2.) Bestimmte häufig benutzte Stränge verursachen starke Verzögerungen bei den E/A-Vorgängen, während andere Stränge vielleicht kaum belegt sind.
- 3.) Bei Mehrprozessor-Konfigurationen kann nur eine Zentraleinheit auf die beiden Stränge zugreifen, da die Kanäle einer bestimmten Zentraleinheit zugeordnet sind.

Zur Aufhebung dieser Nachteile werden bei IBM zwei Verfahren benutzt:

a) Alternate-Channel-Verfahren

Bei zwei Plattensträngen ist es üblich, den Zugriff zu den Platten über zwei Kanäle der Zentraleinheit zu ermöglichen (Alternate-Channel-Verfahren). Abbildung 3.1.3 zeigt eine Konfiguration mit Alternate-Channel-Verfahren. Bei Belegung oder Ausfall

eines Kanals oder einer Kontrolleinheit ist hier auch keine Ausfallsicherheit gewährleistet.

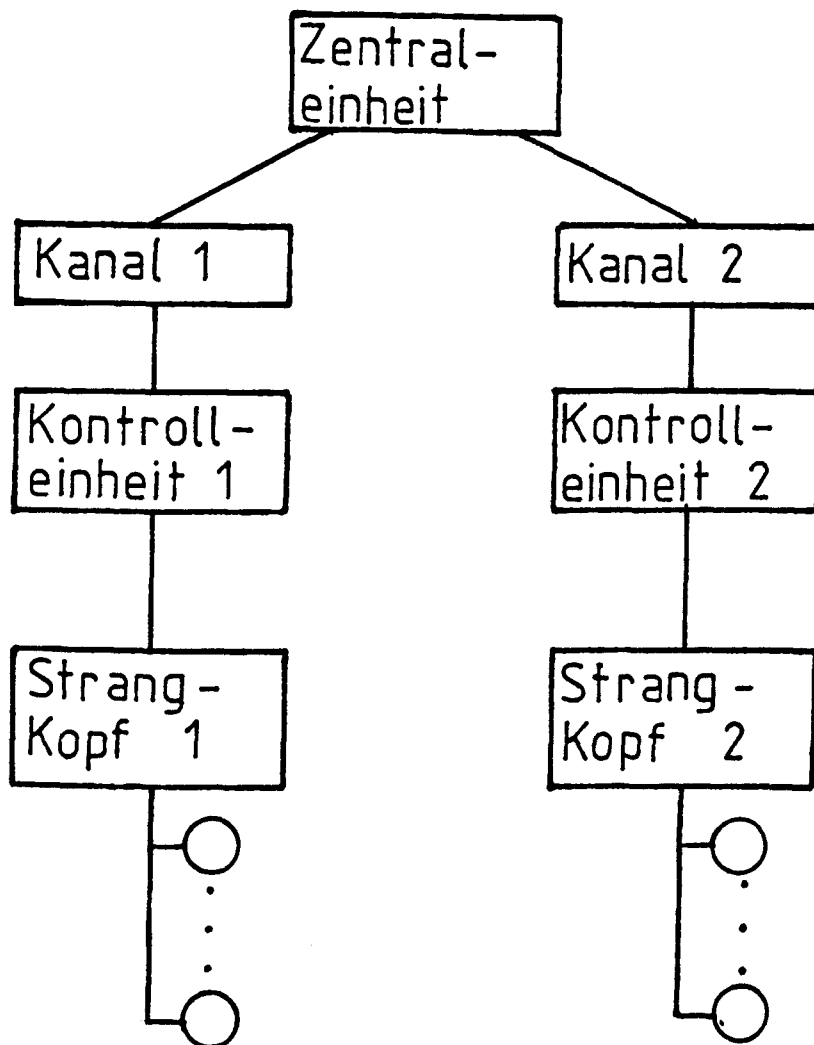


Abbildung 3.1.3: Konfiguration mit Alternate-Channel-Verfahren

b) String-Switch-Verfahren

Dieses Verfahren ermöglicht eine Verbindung von einer Kontrolleinheit zu verschiedenen Strang-Köpfen. Ein Strang kann mit zwei verschiedenen Kontrolleinheiten verbunden sein. Abbildung 3.1.4 zeigt eine Konfiguration mit Alternate-Channel- und String-Switch-Verfahren.

Man erkennt, daß diese Konfiguration bei Ausfall einer Kontrolleinheit oder eines Kanals noch immer den Zugriff zu beiden Strängen ermöglicht. Die Auswahl des Übertragungsweges geschieht in den Kanälen.

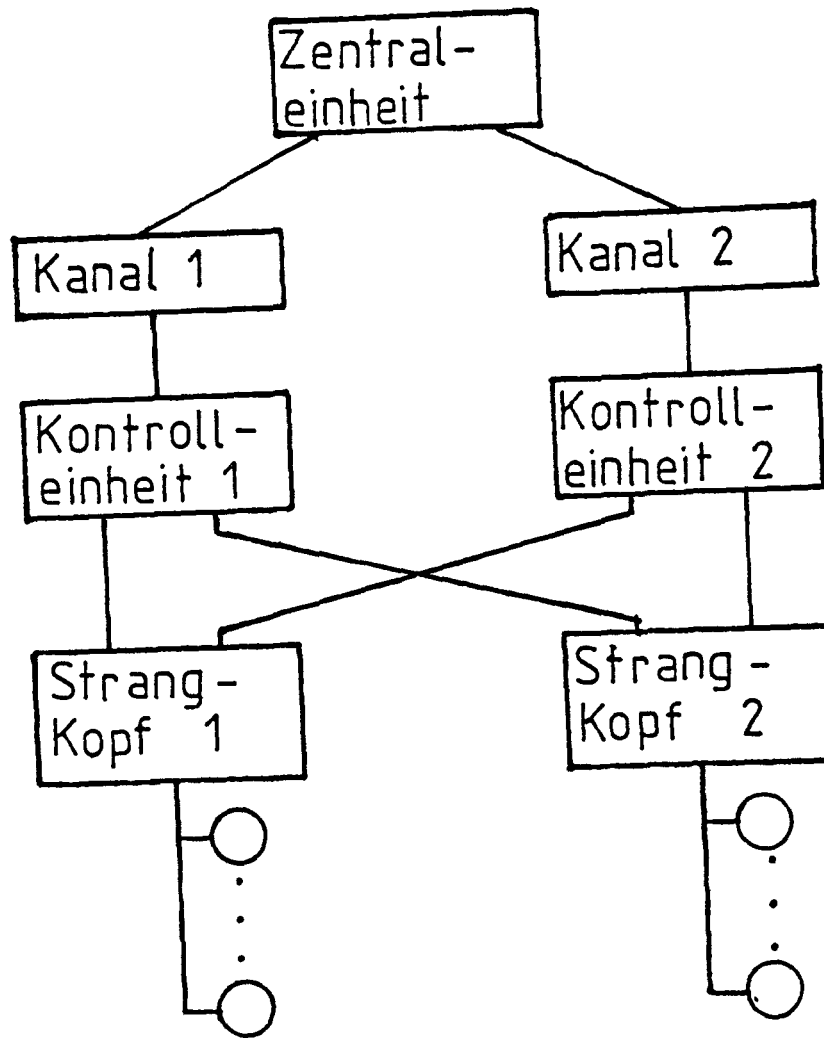


Abbildung 3.1.4: Konfiguration mit Alternate-Channel- und String-Switch-Verfahren

Die Kanalprogramme des MVS-Systems wählen den Weg zu der geforderten Platteneinheit aus. In den Kontrolleinheiten sind Informationen über den Belegungszustand der Stränge enthalten, die vom Kanalprogramm abgefragt werden. Mit diesen Informationen wird dann ein Übertragungsweg ausgewählt.

Dazu sind bei MVS-Betriebssystemen 3 unterschiedliche Verfahren bekannt:

1.) Standard-Verfahren

Dieses Verfahren kennt bevorzugte Wege zu den Strängen (Prioritätenauswahl). Ist der bevorzugte Weg an einer Stelle belegt durch andere Aktivitäten, so versucht das Kanalprogramm einen in der Priorität niedrigeren Übertragungsweg auszusuchen. Folglich sind die Übertragungswege bei diesem Verfahren nicht gleichmäßig ausgelastet.

2.) Channel-Rotate-Verfahren

Bei diesem Verfahren wird nach erfolgter Auswahl des einen Kanals immer der andere Kanal als Übertragungsweg ausgewählt. Dieses Verfahren lastet die Übertragungswege gleichmäßig aus.

3.) Balance-Verfahren

Aufgrund von Messungen der Kanalauslastung wird für die E/A-Aktivitäten ein bevorzugter Weg ausgewählt. Dieses Verfahren kann die Übertragungswege auch bei asymmetrischen Plattenkonfigurationen optimal auslasten.

Weiter muß beachtet werden, daß der Übertragungsweg bei MVS/SP-Systemen für die gesamte E/A-Operation gleich bleiben muß (siehe Kapitel 3.2) .

Im Betriebssystem MVS/XA bei gleichzeitiger Änderung der Kontrolleinheiten (statt "3850" dann "3880") ist diese Einschränkung aufgehoben (Dynamic Path Selection).

3.2 ABLAUF EINES E/A-VORGANGS

Die Abwicklung eines E/A-Vorgangs zu den Platteneinheiten (hier "3350") läuft weitgehend unabhängig von der Zentraleinheit ab /IBM 1/. Die Zentraleinheit stößt den E/A-Vorgang an und erhält dann vom E/A-Subsystem Interrupt-Signale auf Grund von Ende- oder Fehlerbedingungen einzelner Komponenten. Das Betriebssystem des Zentralrechners kann dann auf diese Bedingungen entsprechend reagieren.

Liegt eine E/A-Anforderung eines Programms vor, so arbeitet das Betriebssystem ein Unterprogramm (Execute Channel Program: EXCP) ab, in dem die Kanal-Kommando-Worte (CCW) aufgebaut werden, die anschließend in bestimmte Adressen des Hauptspeichers abgelegt werden. Die Gesamtheit aller CCWs für einen E/A-Vorgang bilden das sogenannte Kanalprogramm, das von den Kanälen unabhängig von der Zentraleinheit ausgeführt werden kann. In MVS-Betriebssystemen gibt es für alle externen Geräte einen Einheiten-Kontroll-Block (Unit Control Block: UCB), der die Einzelheiten für den Aufbau der CCWs liefert. In diesen UCBs sind keine Eintragungen über Kontrolleinheiten oder Strang-Köpfe vorhanden. Nachdem das Unterprogramm alle Vorbereitungen getroffen hat, wird der UCB der geforderten Speichereinheit vom Betriebssystem überprüft, ob dieses Gerät durch vorangehende Aktivitäten als belegt gekennzeichnet ist. Ist diese Platteneinheit bereits belegt, erfolgt die Einreihung in eine Warteschlange. Sobald das geforderte Betriebsmittel frei ist, sendet die Zentraleinheit den Befehl TCH (Test Channel), um den Zustand der Kanäle, die zu der gewünschten

Platteneinheit führen, abzufragen. Sind die Kanäle belegt, erfolgt ebenfalls die Einreihung in eine Warteschlange. Ist einer der Kanäle frei, so kann die Zentraleinheit des Rechners den Befehl SIO (Start Input/Output) abgeben. Ein Interrupt-Signal mit einem Condition-Code meldet dem System, ob der Vorgang erfolgreich eingeleitet wurde oder nicht.

Es besteht jedoch auch die Möglichkeit, ohne Überprüfung des Kanalzustandes einen E/A-Vorgang anzustoßen mit dem Befehl der Zentraleinheit SIOF (Start Input/Output Fast Release) . Für diesen Fall erhält die Zentraleinheit nur dann ein Interrupt-Signal, falls der Kanal belegt war, und reiht die E/A-Anforderung auch in die Warteschlange ein. Das MVS-System sendet im Normalzustand immer SIOF-Befehle, um den Ablauf des E/A-Vorgangs möglichst schnell zu gestalten.

Mit dem Ausführen des Befehls SIO oder SIOF, kann der eigentliche E/A-Vorgang beginnen. Das Kanalprogramm findet dann im Kanal-Adress-Wort (CAW) die Adresse des ersten CCWs /IBM 1/.

Das erste CCW (CCW Seek) enthält eine Speicheradresse, die die Position der S/L-Köpfe auf der Platte angibt. In dieser Adresse sind Spurnummer und Zylindernummer der Platteneinheit enthalten, auf die zugegriffen werden soll. Dieser Seek läuft, wenn er einmal angestoßen wurde, unabhängig von Kanal, Kontrolleinheit und Strang-Kopf ab, damit diese Betriebsmittel für andere Aktivitäten frei sind. Nachdem diese Positionierung durchgeführt ist, wird das nächste CCW (CCW Set Sector) über den Kanal übertragen und interpretiert /IBM 1/.

Zur einfacheren Lokalisierung der Datensätze ist jede Oberfläche der Platteneinheiten in 128 Sektoren unterteilt. In dem CCW ist die Adresse des Sektors vorhanden, der den Anfang des geforderten Datensatzes enthält. Da die Auslösung des E/A-Vorgangs im allgemeinen nicht zeitlich synchronisiert ist mit der Position der S/L-Köpfe in Bezug auf den geforderten Datensatzanfang, muß im Mittel eine halbe Umdrehungszeit (8,335 ms) gewartet werden, bis sich der Anfang des Datensatzes unter den S/L-Köpfen befindet (Latenzzeit). Auch während der Latenzzeit ist die Platteneinheit vom Übertragungsweg getrennt.

Erst etwa 2 bis 3 Sektoren vor dem Ziel-Sektor, in dem der Datensatz beginnt, wird versucht die Verbindung zum Zentralspeicher wiederherzustellen (Rotational Position Sensing: RPS). Ist jetzt

der Übertragungsweg an irgendeiner Stelle belegt durch andere Aktivitäten, so wird der E/A-Vorgang um eine volle Umdrehungszeit (16.67 ms) verzögert. Die Platteneinheit versucht dies solange bis die Verbindung wiederhergestellt ist.

Dabei muß beachtet werden, daß unter dem Betriebssystem MVS/SP derselbe Pfad sowohl beim Anstoß des E/A-Vorgangs als auch beim Wiederherstellen der Verbindung benutzt werden muß. Die Wahlmöglichkeit, über den alternativen Pfad zur Platte zuzugreifen, besteht nur bei der Initialisierung des E/A-Vorgangs. In ungünstigen Fällen kann diese Methode zu starken Verzögerungen führen.

War der Versuch, die Verbindung wiederherzustellen, erfolgreich, so bestimmt ein weiteres CCW über die folgenden Aktivitäten (Schreiben oder Lesen usw.). In einer internen Logik wird der Datensatzanfang gesucht (Search-Zeit). Sobald dieser gefunden ist, kann die eigentliche Übertragung in die gewünschte Richtung ablaufen. Beim Lesen eines Datensatzes werden die Daten von der Platte zum Zentralspeicher übertragen. Beim Schreiben oder Ändern eines Datensatzes werden die Daten vom Zentralspeicher zur Platte übertragen und dort mit Hilfe der S/L-Köpfe abgespeichert. Beim Schreiben muß meist ein Teil des alten Datensatzes gelöscht werden, um Fehler zu vermeiden. Während des Löschvorgangs wird die Platteneinheit vom übrigen Übertragungsweg getrennt. Erst nachdem auch der Löschvorgang beendet ist, wird auch die Kennzeichnung der Plattenbelegung im UCB gelöscht. Jetzt erst ist die Platteneinheit für erneute E/A-Aktivitäten frei. Allerdings ist ein Beschreiben der Datensätze weniger häufig als Lese-Operationen. Dies gilt insbesondere für die Datensätze, auf die die Jobs gemeinsam zugreifen können (Spool-Dateien, Read-Paging-Dateien, Compiler, Lader, Binder usw.). Daher werden bei den in der Literatur vorhandenen Modelle für E/A-Subsysteme nur Lesevorgänge betrachtet.

Es muß erwähnt werden, daß der Kanal und die Kontrolleinheiten synchronisiert arbeiten müssen. Dazu tauschen diese Betriebsmittel Informationen aus (Handshaking gemäß vorgegebener Protokolle), deren Bearbeitungszeit nicht vernachlässigt werden kann. Nach /FRIE 81/ sind dadurch Kanal und Kontrolleinheit gleichzeitig 1,31 ms und die Kontrolleinheit 0,78 ms zusätzlich belegt. Die Bedienzeit setzt sich also aus mehreren Einzelkomponenten zusammen (Abbildung 3.2.1), die zum Teil von den Übertragungsbetriebsmitteln abhängig sind.

| SIO | Seek | CCW Set Sector | Latenzz. | RPS | Search | Transfer | |
|-----|------|----------------|----------|-----|--------|----------|--------------|
| — | | — | | | — | | Kanal |
| — | | — | | | — | | Kontrollein. |
| — | | — | | | — | | Strang-Kopf |
| | | | | | | | Platte |

— Belegung des Betriebsmittels

Abbildung 3.2.1: Komponenten der Bedienzeit einer Platteneinheit
und Belegung der Übertragungsbetriebsmittel

Die Abbildung (3.2.1) zeigt auch die Belegungszeit (ohne Protokollzeiten) des Übertragungsweges von der Platte zum Zentralspeicher. Der Übertragungsweg wird während der Zeit der Befehlsübergabe durch die Kanalkommandoworte, während der Zeit, in der die Protokolle übertragen werden, und während der Datenübertragungszeit (einschließlich Search-Zeit) belegt.

Bei einer Platteneinheit "3380" kann aus zwei Gründen ein E/A-Vorgang schneller erfolgen als bei der "3350":

- 1.) Die mittlere Positionierzeit der S/L-Köpfe ist erheblich kürzer.
- 2.) Die höhere Datenübertragungsrate kombiniert mit einer höheren Schreibdichte verkürzt die Belegung der Übertragungswege (wenn die gleiche zu transferierende Datenmenge zugrunde gelegt wird.)

Der Haupteffekt der Zeitersparnis bei Ersetzen der "3350" Platteneinheiten durch "3380" Einheiten besteht also in der kürzeren Kanalbelegungszeit. Außerdem beträgt die Gesamtzeit der Synchronisationsprotokolle nur noch 1.46 ms /FRIE 81/.

Mit Einführung des Betriebssystems MVS/XA ändert sich der Übertragungsvorgang und die E/A-Konfiguration erheblich. Die Kontrolleinheiten "3850" werden durch "3880" Kontrolleinheiten ersetzt. Im Zusammenwirken mit den Platteneinheiten "3380" bietet diese Konfiguration einige Verbesserungen.

Es entfällt der Zugriff über den Kanal für den Befehl CCW Set Sector, da dieses CCW mit CCW Seek zusammen übertragen wird und in der Kontrolleinheit gespeichert wird. Eine weitere Veränderung ist die dynamische Auswahl des Übertragungsweges (Dynamic Path Selection). Der Übertragungsweg kann immer neu ausgewählt werden in jedem Schritt des ganzen E/A-Vorgangs. Das kann für bestimmte Fälle eine erhebliche Zeitersparnis bringen. Diese

Ersparnis muß allerdings mit umfangreicheren Protokollzeiten zur Synchronisation von Kontrolleinheit und Kanal erkauft werden. Die Verzögerung ist fast doppelt so lang wie bei MVS/SP-Systemen (etwa 2,60 ms) /FRIE 81/.

Eine weitere Änderung des E/A-Subsystems besteht in der Einführung eines schnellen Halbleiterspeichers (Cache-Memory), der an die Kontrolleinheiten "3880" angeschlossen werden kann. Dieser Speicher dient nicht der Vergrößerung des Gesamtspeicherplatzes, er enthält vielmehr Kopien von häufig benutzten Datensätzen.

3.3 SHARED DASD

In manchen Rechenzentren sind mehrere unabhängige Rechner installiert, die zwar unabhängig voneinander arbeiten können aber auf gemeinsam benutzte Dateien zugreifen müssen (Spool-Datei, User-Datei). Diese Rechnerkonfiguration nennt man "lose gekoppelt" (Looseley Coupled Systems).

"Shared DASD" sind die Platten, die von mehreren Zentralprozessoren gemeinsam benutzt werden können.

Treten Engpässe beim Zugriff zu diesen "Shared DASD" auf, so können sich die ansonsten unabhängigen Rechnersysteme gegenseitig in ihrer Leistung herabsetzen. Jedes Betriebssystem benutzt für die eigenen E/A-Aktivitäten einen eigenen UCB für die externen Speichereinheiten. Diese UCBs enthalten keine Informationen über die E/A-Aktivitäten anderer Systeme. So können SIO-Kommandos oder andere E/A-Befehle zurückgewiesen werden, obwohl das eigene System den Übertragungsweg nicht belegt.

Das kann für bestimmte Anwendungen erhebliche Verzögerungen hervorrufen. Teilweise Abhilfe schafft hier eine Verbindung der beiden Zentralprozessoren, über die Informationen über die Belegungszustände der Betriebsmittel ausgetauscht werden können (GRS: Global Resource Serialization).

4.0 EXISTIERENDE MODELLE VON EIN-/AUSGABE-SUBSYSTEMEN

Im Anschluß an die Beschreibung der Komponenten eines E/A-Subsystems sollen nun einige in der Literatur beschriebene Modelle von solchen E/A-Subsystemen beschrieben werden.

Dabei handelt es sich um einzelne Warteschlangen oder Warteschlangennetzwerke, die in unterschiedlicher Weise die verschiedenen Betriebsmittel eines E/A-Subsystems berücksichtigen.

Eine Bewertung der Modelle bezüglich der Anwendbarkeit auf reale E/A-Subsysteme soll in den einzelnen Abschnitten vorgenommen werden.

Allen hier beschriebenen Modellen ist gemeinsam, daß sie die statistische Unabhängigkeit aufeinanderfolgender E/A-Anforderungen voraussetzen. Ebenso ist die Zeit, in der die Kanalkommandoworte übertragen werden, vernachlässigbar klein.

4.1 WARTESCHLANGENNETZWERK OHNE ÜBERTRAGUNGSBETRIEBSMITTEL

Bei der Modellierung von Rechnersystemen wird das dazugehörige E/A-Subsystem oft in einfacher Weise berücksichtigt (Abbildung 4.1.1).

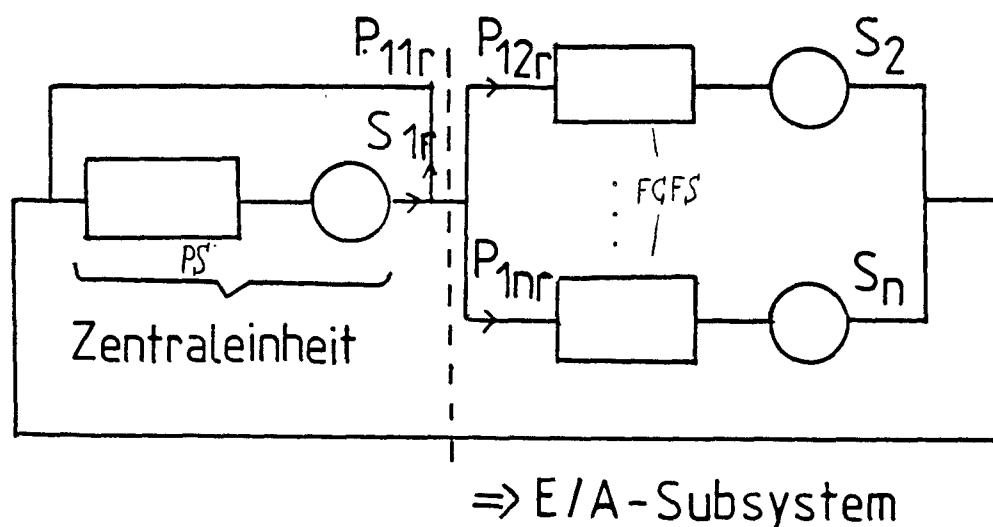


Abbildung 4.1.1: Warteschlangennetzwerk mit E/A-Subsystem

In diesem Warteschlangennetzwerk werden die Zentraleinheit durch einen Warteraum mit PS-Zuteilungsdisziplin und die Platteneinheiten durch Warteräume mit FCFS-Zuteilungsdisziplin modelliert. Zur Lösung solcher Netzwerke müssen folgende Parameter bekannt sein:

- Auftragspopulation (E/A-Anforderungen aller Auftragsklassen)
- Bedienzeiten (Bedienzeit in der Zentraleinheit S_{1r} , Bedienzeit der E/A-Operationen S_2, \dots, S_n : Summe aus Positionierzeit, Latenzzeit und Datentransferzeit)
- Zuteilungsdisziplin der Warteschlangen
- Übergangswahrscheinlichkeiten P_{ikr} aller Auftragsklassen r

Da die Zuteilung der Aufträge zu den Platteneinheiten nach dem FCFS-Verfahren erfolgt, muß bei einer Platteneinheit für alle Auftragsklassen die gleiche exponentielle Bedienzeitverteilung gefordert werden.

Ein Warteschlangennetzwerk nach Abbildung 4.1.1 kann mit Hilfe der Lösungsmethode für BCMP-Modelle oder einer anderen Methode (Mittelwertanalyse) berechnet werden. Als Ergebnis erhält man Größen wie Warteschlangenlänge, Wartezeit, Durchsatz und Auslastung der Bedienstationen.

Dieses einfache Modell berücksichtigt einige wichtige Eigenschaften realer E/A-Subsysteme nicht:

Die Bedienzeit einer E/A-Operation ist keineswegs konstant, sondern von den Belegungszuständen der Übertragungsbetriebsmittel (Kanal, Kontrolleinheit und Strang-Kopf) abhängig.

Die RPS-Verzögerungszeit sowie die Verzögerungszeit bei der Übertragung der Kanalkommandoworte werden nicht berücksichtigt.

Modelle dieser Art gestatten daher nur sehr grobe qualitative Aussagen über das Verhalten von E/A-Subsystemen.

4.2 WARTESCHLANGENNETZWERK MIT KANÄLEN

Gegenüber dem einfachen Modell (Kapitel 4.1) wird von A. Raffi /RAFF 79/ eine andere Methode vorgeschlagen.

Die Kanäle eines E/A-Subsystems werden hier durch Warteräume in ein Warteschlangennetzwerk (Abbildung 4.2.1) einbezogen.

Die gesamte Bedienzeit einer E/A-Operation wird aufgeteilt auf die Platten und die Kanäle, wobei sich die Bedienzeiten der Platten aus Positionierzeit und Latenzzeit zusammensetzen und die Bedienzeit der Kanäle durch die mittlere Datentransferzeit gegeben ist.

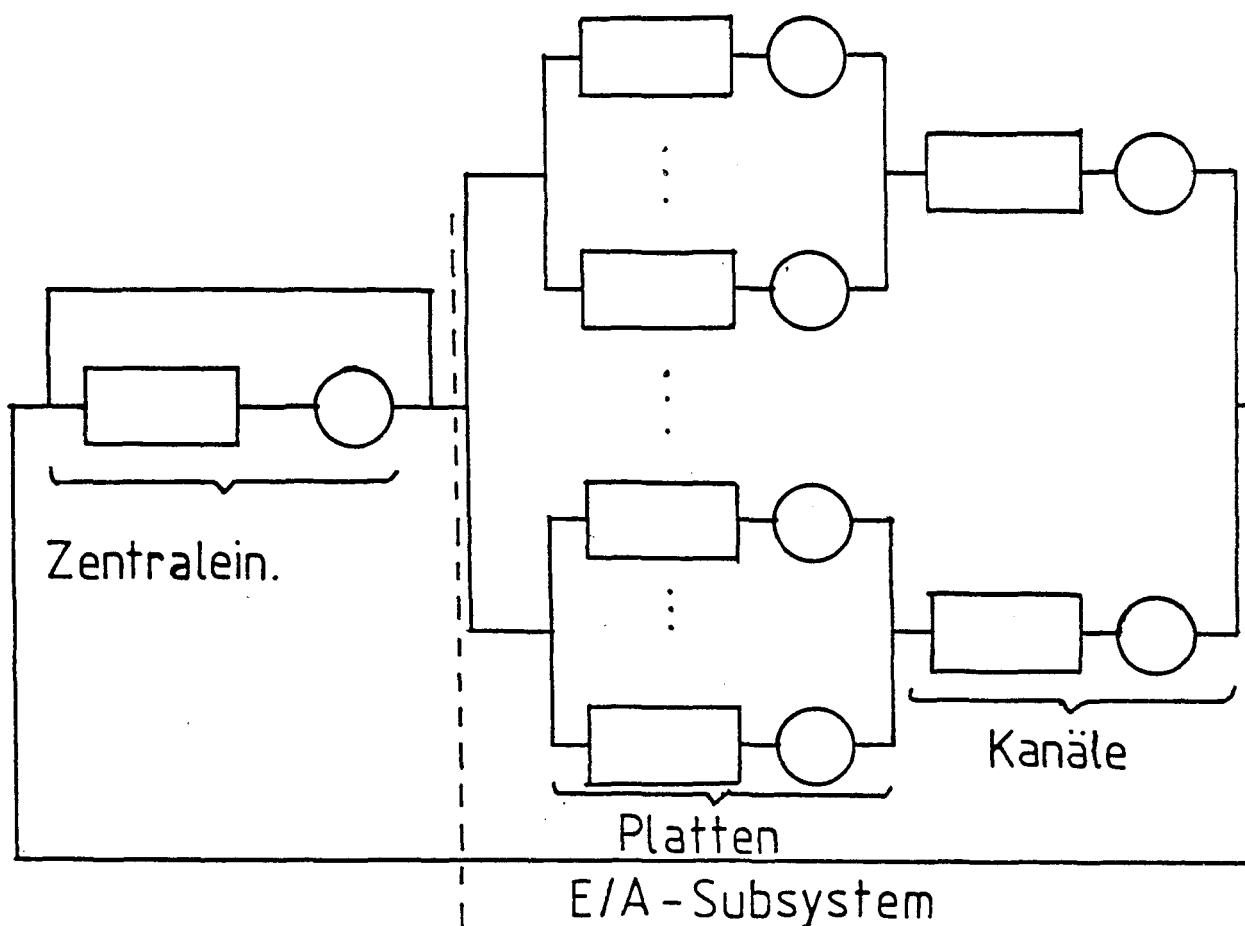


Abbildung 4.2.1: Warteschlangennetzwerk mit Kanälen.

Sowohl bei den Warteräumen der Platten als auch bei den Warteräumen der Kanäle erhalten die Aufträge ihre Zuteilung zu den geforderten Betriebsmitteln nach der FCFS-Disziplin. Das setzt voraus, daß die Bedienzeiten der Warteräume für alle Auftragsklassen, die auf eine Platteneinheit zugreifen, die gleiche exponentielle Verteilung haben müssen. Ein Warteschlangennetzwerk nach Abbildung 4.2.1 kann wie in Kapitel 4.1 mit den Eingabeparametern (Auftragspopulation, Bedienzeiten, Zuteilungsdisziplinen und Übergangswahrscheinlichkeiten) berechnet werden. Als Ergebnis erhält man wiederum Größen wie Warteschlangenlänge, Wartezeit, Durchsatz und Auslastung für jeden Warteraum.

Im Gegensatz zu Kapitel 4.1 wird hier die Wartezeit auf den Kanal sowie die Auslastung des Kanals berechnet. Da die Bedienzeit der Platten die Datenübertragungszeit nicht enthält, kann die Auslastung und Wartezeit nicht mit Größen realer E/A-Subsysteme verglichen werden. Die Bedienzeiten der Platten sind konstant, so

daß die RPS-Verzögerung und die Verzögerung bei der Übertragung der Kanalkommandoworte nicht berücksichtigt werden.

Dieses Modell berücksichtigt nicht, daß Kanal und Platteneinheit bei der Übertragung gleichzeitig belegt sind. Zusätzlich kann laut Modellvoraussetzung eine neue E/A-Operation zu einer Platte gestartet werden, obwohl diese Platte noch Daten der vorhergehenden E/A-Operation überträgt /RAFF 79/.

4.3 LÖSUNGSMETHODE FÜR WARTESCHLANGENNETZWERKE MIT GLEICHZEITIGER BELEGUNG MEHRERER BEDIEN-STATIONEN

In Kapitel 4.2 tauchte das Problem auf, daß die Bedien-Anforderungen eines E/A-Auftrags die gleichzeitige Belegung mehrerer Betriebsmittel erfordert. Dies verstößt jedoch gegen eine der Grundvoraussetzungen für die Existenz einer Produktformlösung eines Warteschlangennetzwerkes. Ein Näherungsverfahren zur Lösung dieses Problems wird von Lazowska et al. /LAZO 82/ vorgeschlagen (Abbildung 4.3.1).

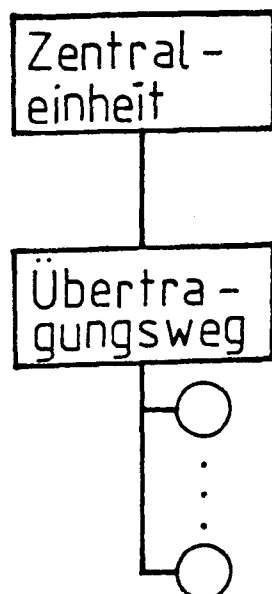


Abbildung 4.3.1: Blockschaltbild eines einfachen E/A-Subsystems

Die Betriebsmittel des E/A-Subsystems werden in zwei Klassen zerlegt:

- 1.) Primäre Betriebsmittel: Hierunter fallen die Betriebsmittel, die die eigentliche Bedien-Anforderung erfüllen (hier: Platteneinheiten).
- 2.) Sekundäres Subsystem: Betriebsmittel, die zur vollständigen Abwicklung eines Auftrags zusätzlich notwendig sind (Übertragungsweg (hier: Kanal)).

Zur Lösung werden nun zwei Modelle gebildet, die jeweils die Warteraumgrößen einer Klasse von Betriebsmitteln berechnen sollen:

- 1.) Platten-Modell:

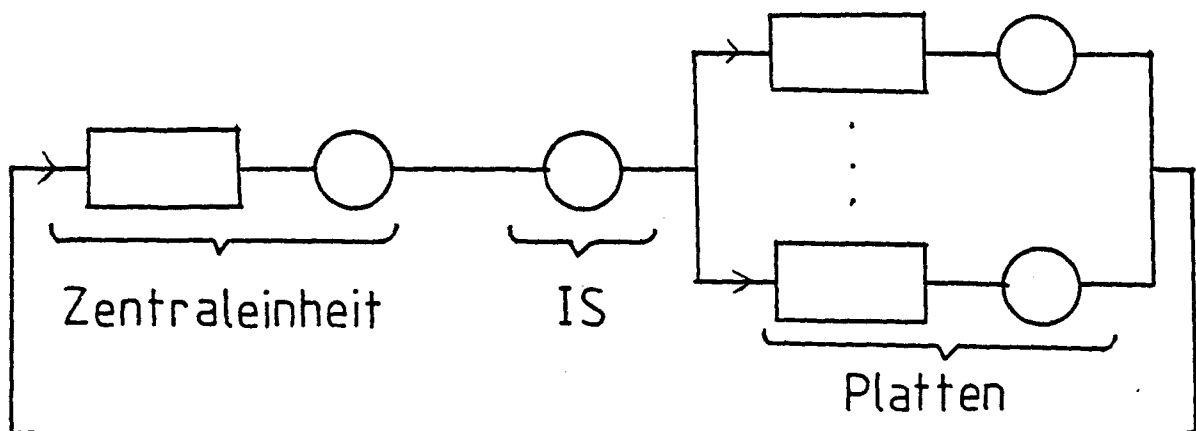


Abbildung 4.3.2: Warteschlangennetzwerk des Platten-Modells

In diesem Netzwerk sind die primären Betriebsmittel durch Wartebereiche mit FCFS-Zuteilungsdisziplin berücksichtigt. Die Verzögerungen, die durch die Belegung des Übertragungsweges entstehen, werden durch einen Warteraum mit IS-Zuteilungsdisziplin einbezogen.

- 2.) Kanal-Modell

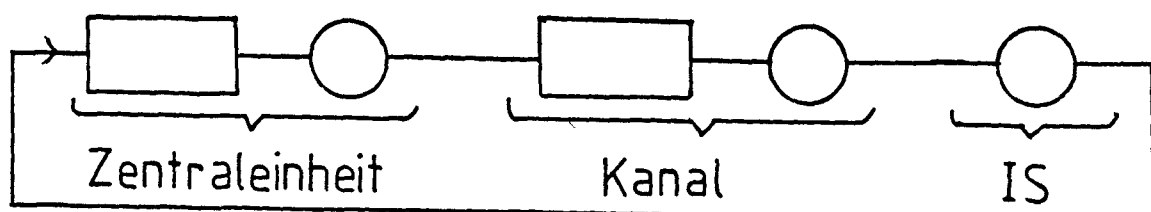


Abbildung 4.3.3: Warteschlangennetzwerk des Kanal-Modells.

Im Gegensatz zum 1.) Modell ist hier der Kanal durch einen Warteraum

raum mit FCFS-Zuteilungsdisziplin berücksichtigt. Die Verzögerungen, die durch Belegung der Platten entstehen können, werden durch einen Warteraum mit IS-Zuteilungsdisziplin erfaßt.

Bei den Warteräumen mit FCFS-Zuteilungsverfahren muß die Bedienzeit für alle Auftragsklassen exponentiell verteilt sein mit gleicher mittlerer Bedienzeit für alle Auftragsklassen. Das Berechnungsverfahren sieht eine Iteration zwischen Platten-Modell und Kanal-Modell vor:

- 1.) Zunächst wird das Plattenmodell mit dem BCMP-Verfahren oder der Mittelwertanalyse berechnet unter der Voraussetzung, daß die Bedienzeit des IS-Warteraums zu Null gesetzt wird.
- 2.) Mit den Wartezeiten bei den Warteräumen, die die Platten modellieren sollen, wird eine Gesamt-Verzögerungszeit unter Anwendung des Norton-Theorems für Warteschlangennetzwerke /CHAN 75/ berechnet. Diese Verzögerungszeit wird in das Kanal-Modell als Bedien-Zeit für den IS-Warteraum eingesetzt.
- 3.) Das Kanal-Modell wird mit den gleichen Methoden wie in Schritt 1 berechnet. Die Wartezeit der Aufträge im Warteraum, der den Kanal modellieren soll, wird als Bedienzeit für den IS-Warteraum des Platten-Modells eingesetzt.
- 4.) Mit dieser neuen Bedienzeit des IS-Warteraums wird das Platten-Modell berechnet. Falls die Differenz der Kanal-Wartezeiten aus zwei aufeinanderfolgenden Iterationsschritten eine untere Grenze unterschreitet, kann das Berechnungsverfahren abgeschlossen werden.

Ansonsten wird die Berechnung bei Schritt 2 fortgesetzt.

Bei diesem Verfahren erhält man sowohl für den Kanal als auch für die Platteneinheiten Größen wie Warteschlangenlänge, Wartezeit, Auslastung und Durchsatz.

Das Verfahren ist geeignet für E/A-Subsysteme ohne RPS-Verfahren. Die verschiedenen Anschlußmöglichkeiten der Übertragungsbetriebsmittel realer E/A-Subsysteme können nicht in das Modell einbezogen werden, da nur der Kanal als Übertragungsweg in dem Modell erscheint.

4.4 M/M/1 WARTERAUM ALS MODELL FÜR EINE PLATTENEINHEIT

Ein M/M/1 Warteraum als Modell für eine Platteneinheit wurde von M. J. Sprinzen vorgeschlagen /SPRI 82/. Dieses Modell berücksichtigt die physikalischen Eigenschaften von IBM-Platten. Es wird eine E/A-Konfiguration nach Abbildung 4.4.1 untersucht.

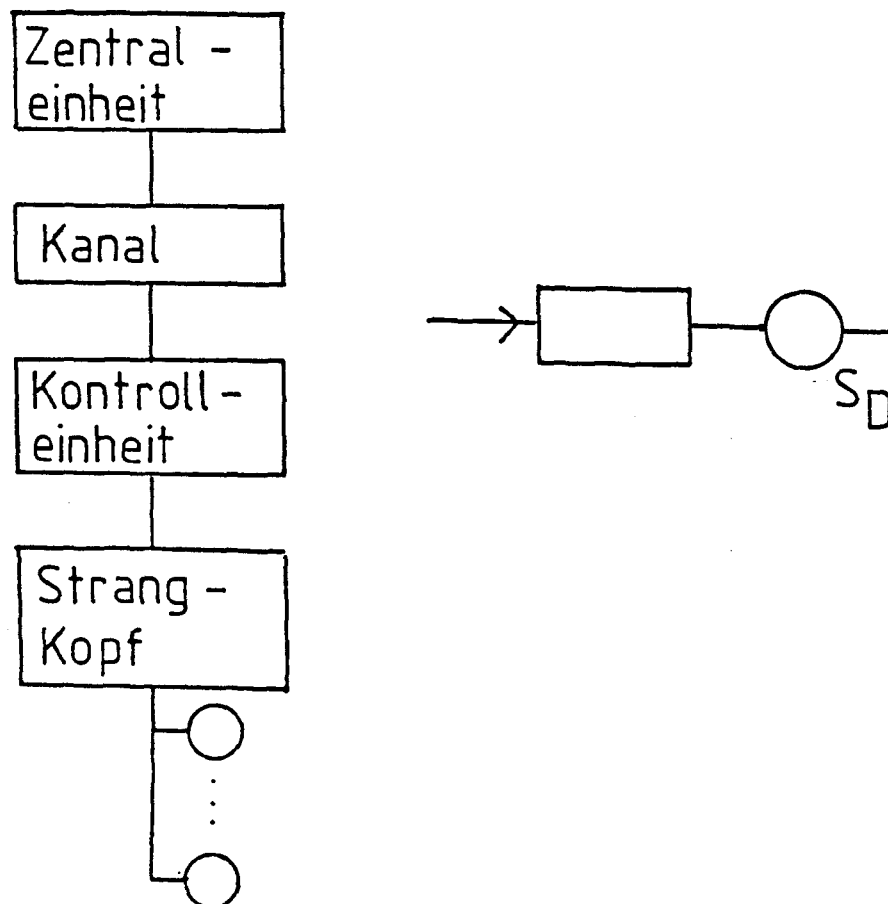


Abbildung 4.4.1: E/A-Konfiguration und zugehöriger Warteraum

Die Bedienzeit S_D setzt sich nach Kapitel 2 aus mehreren Einzelkomponenten zusammen (Abbildung 3.2.1). Die mittlere Wartezeit berechnet sich nach Gleichung (2.26) zu:

$$T = \frac{S_D}{1 - U_D}$$

U_D : Auslastung der Platte
 S_D : mittlere Bedienzeit einer E/A-Operation

Für den M/M/1 Warteraum wird gefordert, daß die Bedienzeit sowie die Zeit zwischen den Ankünften zweier Aufträge zu diesem Warteraum exponentiell verteilt sind.

Für die Bedienzeit S_D gilt /SPRI 82/:

$$S_D = T_{SIO} + T_{SEEK} + T_{CCW} + T_{Latenz} + T_{RPS} + T_{Search} + T_{Trans} \quad (4.1)$$

Für die einzelnen Komponenten der Bedienzeit S_D werden folgende Gleichungen benötigt:

$$T_{SIO} = \frac{T_{Trans}}{2} U_P$$

T_{Trans} : mittlere Datenübertragungszeit
 U_P : Auslastung des Übertragungsweges

$$T_{SEEK} = \text{konst.}$$

mittlere Positionierzeit der S/L-Köpfe

$$T_{CCW} = T_{SIO}$$

Verzögerung bei der Übertragung
der Kanalkommandoworte

$$T_{Latenz} = T_{ROT}/2$$

mittlere Latenzzeit
(hängt von der Umdrehungsgeschwindigkeit
 T_{ROT} der Platte ab)

$$T_{RPS} = T_{ROT} \sum_{n=1}^{\infty} (U_P)^n$$

mittlere Verzögerungszeit bei RPS-Platten

$$= T_{ROT} U_P / (1 - U_P)$$

(Gilt nur für $T_{Trans} \ll T_{ROT}$)

$$T_{Search} = \text{konst.}$$

Umdrehungsgeschwindigkeit für 2.5
Sektoren der Platte

Da die Auslastung der Platteneinheit U_D sowie die Auslastung des Übertragungsweges U_P mit in die Berechnung eingehen, müssen diese Größen entweder gemessen werden oder bekannt sein.

Es handelt sich hier um ein offenes Warteschlangenmodell mit konstanter Ankunftsrate. Deshalb sind die Ergebnisse nur bedingt brauchbar für eine Analyse von E/A-Subsystemen. Reale Rechnersysteme lassen nur begrenzte Auftragspopulationen zu. Es gibt deshalb auch keine konstanten Ankunftsrate zu den Platten. Die Ankunftsrate zu einer Platte in realen Systemen ist vielmehr eine Funktion der Bedienzeit der E/A-Operation und der Auftragspopulation.

Bei gemessener Auslastung des Übertragungsweges können Fehler bei der Berechnung von T_{SIO} und T_{RPS} entstehen, wenn der Datentransfer der betrachteten Platte stark gegenüber den anderen Platten eines E/A-Subsystems überwiegt. Der Grund dafür ist, daß eine Platte beim Wiederverbindungsversuch den Übertragungsweg nicht gleichzeitig belegt mit Datenübertragung. Deshalb ist die für

eine Platte relevante Auslastung U_p stets kleiner als die gemessene Auslastung.

4.5 E/A-KONFIGURATIONSANALYSE MIT "RPS"

A. Brandwajn /BRAN 82/ schlug ein Modell einer E/A-Konfiguration vor, mit dem die mittlere Anzahl der vergeblichen Umdrehungen einer Platte, die eine Verbindung (RPS) zum Zentralspeicher anstrebt, berechnet wird. Es wird eine Konfiguration nach Abbildung 4.5.1 betrachtet.

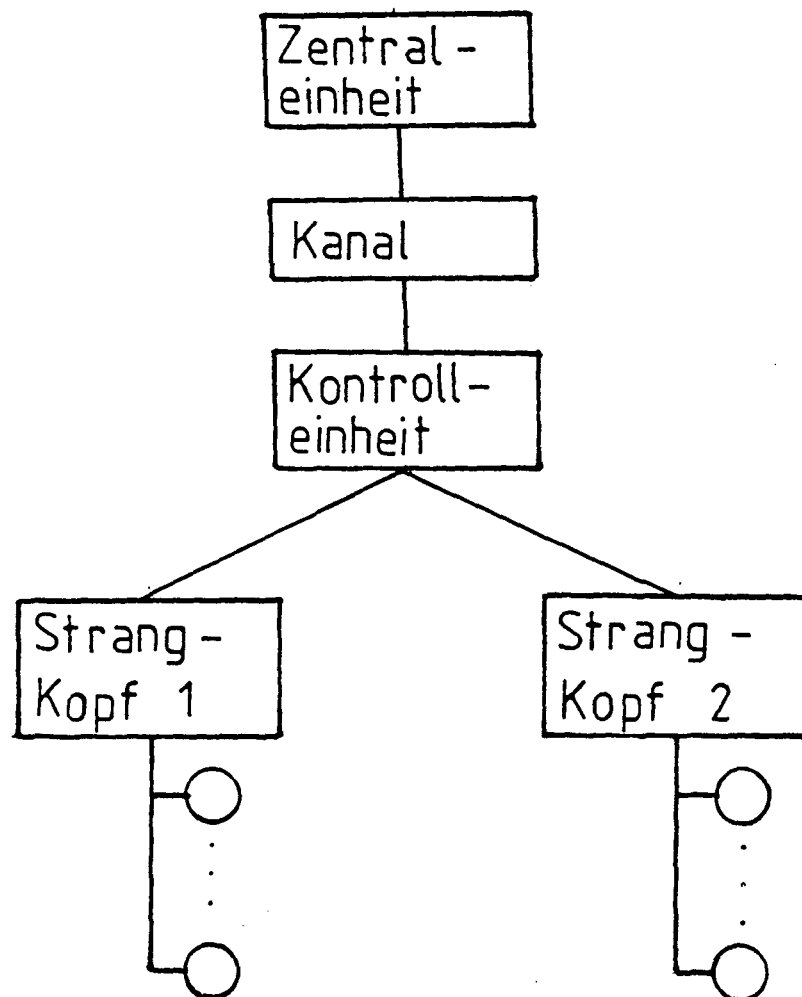


Abbildung 4.5.1: Konfiguration mit E/A-Subsystem

Voraussetzungen für die Berechnung sind:

- Beide Stränge haben die gleiche Anzahl n an Platten.
- Gleiche Rate von E/A-Anforderungen zu allen Platten.
- Gleiche mittlere Transferzeit T_{Trans} aller E/A-Operationen (T_{Trans} ist exponentiell verteilt)

X sei die Rate, mit der eine Platte die Wiederverbindung zum Zen-

tralspeicher versucht.

C_i ($i=1,2$) ist die Rate von E/A-Anforderungen der Kanäle 1 und 2.

Die Rate von Wiederverbindungsversuchen einer Platte, für den Fall, daß der zugehörige Strang-Kopf frei ist, lautet:

$$X(1-0.5(C_1+C_2)T)$$

Die Auslastung des Strang-Kopfes U_{HS} berechnet sich zu:

$$U_{HS}=0.5(C_1+C_2)T$$

Wenn der Strang-Kopf belegt ist, kann eine Platte nur Wiederverbindungsanforderungen senden, wenn diese Platte keine Daten überträgt. Deshalb gilt für die Rate bei belegtem Strang-Kopf:

$$X(0.5(C_1+C_2)T(1-1/n))$$

Der Faktor $(1-1/n)$ berücksichtigt, daß die Wiederverbindung einer Platte nur durch die Datenübertragungen der anderen Platten des gleichen Stranges behindert werden kann.

Deshalb gilt für die Wahrscheinlichkeit F_{HS} , daß der Strang-Kopf frei ist:

$$F_{HS} = \frac{1-0.5(C_1+C_2)T}{1-0.5(C_1+C_2)T/n} \quad (4.2)$$

Zur vollständigen Analyse muß als nächstes die Wahrscheinlichkeit ermittelt werden, daß die Kontrolleinheit frei ist.

Hier wird davon ausgegangen, daß die Strang-Köpfe aus Abbildung 4.5.1 unabhängig voneinander eine Wiederverbindung zum Zentralspeicher versuchen können. Es wird auch wieder die gleiche Überlegung für die Kontrolleinheiten angestellt wie bei den Strang-Köpfen:

Ist die Kontrolleinheit belegt, so muß auch einer der Strang-Köpfe mit Datenübertragung belegt sein. Deshalb gilt für die Wahrscheinlichkeit F_{Cu} , daß die Kontrolleinheit frei ist:

$$F_{Cu} = \frac{1-(C_1+C_2)T}{1-(C_1+C_2)T/2} \quad (4.3)$$

In einer Konfiguration nach Abbildung 4.5.1 gilt weiterhin für die Kanäle:

Ist die Kontrolleinheit frei, so sind auch die Kanäle frei. Für die Wahrscheinlichkeit F_{Ch} , daß ein Kanal frei ist, wenn die Übertragungsbetriebsmittel Strang-Kopf und Kontrolleinheit frei sind, gilt:

$$F_{Ch}=1 \quad (4.4)$$

Mit diesen 3 Wahrscheinlichkeiten kann die Wahrscheinlichkeit U_p berechnet werden, daß der gesamte Übertragungsweg an irgendeiner Stelle belegt ist:

$$U_p=1-F_{HS}F_{Cu}F_{Ch} \quad (4.5)$$

Anders als in Abschnitt 4.4 wird hier nun angenommen, daß die Datenübertragungszeit T_{Trans} in der Größenordnung T_{ROT} sein kann. Dauert die Übertragung eines Datenblocks länger als die Umdrehungszeit T_{ROT} , so ist die Wahrscheinlichkeit Q , daß der Übertragungsweg durch eine einzige Datenübertragung länger als T_{ROT} belegt ist, nicht mehr vernachlässigbar. Es gilt deshalb für die Wahrscheinlichkeit P_m , daß nach dem ersten Wiederverbindungsversuch der Übertragungsweg immer noch belegt ist:

$$P_m=Q+(1-Q)U_p \quad (4.6)$$

Bei exponentiell verteilten Transferzeiten gilt:

$$Q=\exp(-T_{ROT}/T_{Trans}) \quad (4.7)$$

Die Anzahl der vergeblichen Umdrehungen einer Platte beim Wiederverbindungsversuch wird dann wie folgt berechnet:

$$m=U_p/(1-P_m) \quad (4.8)$$

Flexible Anschlußmöglichkeiten wie das String-Switch-Verfahren können durch Einführung von Übergangswahrscheinlichkeiten für die Datenübertragungen von den Strang-Köpfen zu den Kontrolleinheiten mit in das Berechnungsverfahren eingebaut werden. Mit den gleichen Überlegungen wie oben kann auch für solche Fälle die Anzahl der vergeblichen Umdrehungen beim RPS-Verfahren berechnet werden.

Dieses Modell berücksichtigt im Gegensatz zu dem Modell aus Kapitel 4.4, daß eine Platte, die eine Wiederverbindung zum Zentralspeicher anstrebt, nicht den Übertragungsweg belastet.

Andererseits fehlen die Verzögerungen bei der Übertragung der Kanalkommandoworte.

5.0 ANALYTISCHES MODELL EINES EIN-/AUSGABE-SUBSYSTEMS UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER ÜBERTRAGUNGSBETRIEBSMITTEL

Aufbauend auf die im vorangehenden Kapitel beschriebenen Modelle für E/A-Subsysteme soll nun ein Modell entwickelt werden, das die genannten Nachteile der vorhandenen Modelle teilweise aufhebt bzw. die Vorteile der verschiedenen Modelle miteinander zu verbinden sucht.

5.1 GRUNDMODELL

5.1.1 KONFIGURATION

Zunächst wird ein Berechnungsverfahren für eine Konfiguration nach Abbildung 5.1.1 beschrieben. Wie aus dieser Abbildung ersichtlich ist, besteht die Konfiguration aus zwei Plattensträngen, an die jeweils bis zu acht Platten des Typs "3350" angeschlossen sind. Die Kontrolleinheit ist vom Typ "3850". Der Übertragungsweg von der Kontrolleinheit führt über einen Kanal zum Zentralspeicher der Zentraleinheit. Flexible Anschlußmöglichkeiten der Übertragungsbetriebsmittel wie das String-Switch-Verfahren oder das Alternate-Channel-Verfahren sind hier noch nicht berücksichtigt.

Der Ablauf einer E/A-Operation in dieser Konfiguration, die hier von dem Betriebssystem MVS/SP gesteuert werden soll, wurde bereits in Kapitel 3 beschrieben. Demnach erhalten die E/A-Aufträge ihre Zuteilung nach der FCFS-Zuteilungsdisziplin zu den Platten.

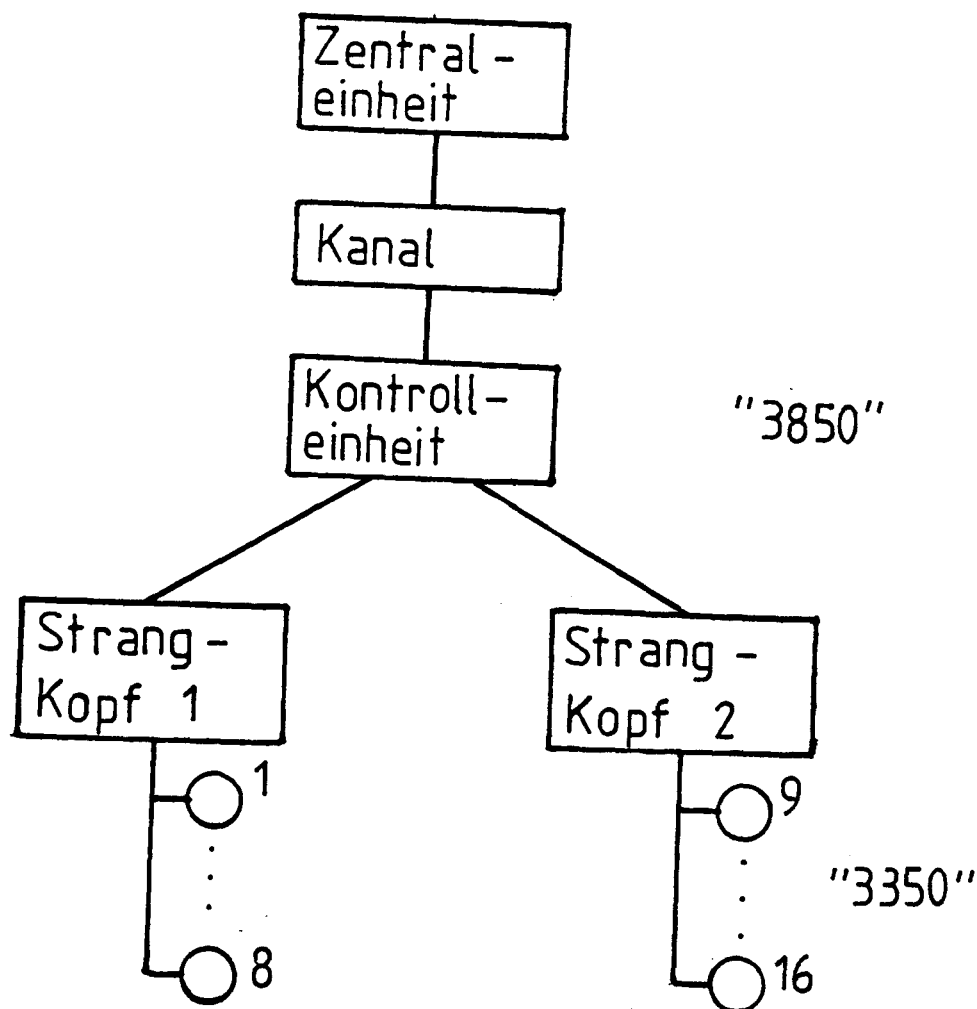


Abbildung 5.1.1: E/A-Konfiguration

5.1.2 LÖSUNGSVERFAHREN

Zur Bestimmung der Größen eines E/A-Subsystems wird ein Berechnungsverfahren vorgeschlagen. Für die Lösung von E/A-Subsystemen nach Abbildung 5.1.1 müssen folgende Größen bekannt sein:

- Die Auftragspopulation der einzelnen Auftragsklassen
- Die Bedienanforderungen der Aufträge
- Die Zuteilungsverfahren der Betriebsmittel

Berechnet werden soll:

- Die mittlere Wartezeit bzw. Warteschlangenlänge der Aufträge aus den einzelnen Auftragsklassen
- Der Durchsatz an E/A-Operationen in einer Zeiteinheit
- Die Verzögerungszeiten bei der Übertragung von Kanalkommandoworten für alle Platten
- Die RPS-Verzögerungszeit für alle Platten
- Die Auslastung der Platten und der Übertragungsbetriebsmittel

Voraussetzung ist, daß die E/A-Aufträge statistisch unabhängig voneinander sind. Die Zeit, die für die Übertragung der Kanalkommandoworte benötigt wird, setzt sich aus der Verzögerungszeit, bis ein Kanalkommandowort gesendet werden kann und der Übertragung des eigentlichen Kanalkommandowortes zusammen. Die reine Übertragungszeit der Kanalkommandoworte kann jedoch im Gegensatz zur Verzögerungszeit bis zur Übertragung eines Kanalkommandowortes vernachlässigt werden.

Die Datenübertragungszeit berechnet sich zu:

$$T_{\text{Trans}} = L/r \quad \begin{array}{l} L: \text{Blocklänge des zu übertragenden} \\ \text{Datensatzes} \\ r: \text{Datenübertragungsrate} \end{array} \quad (5.1)$$

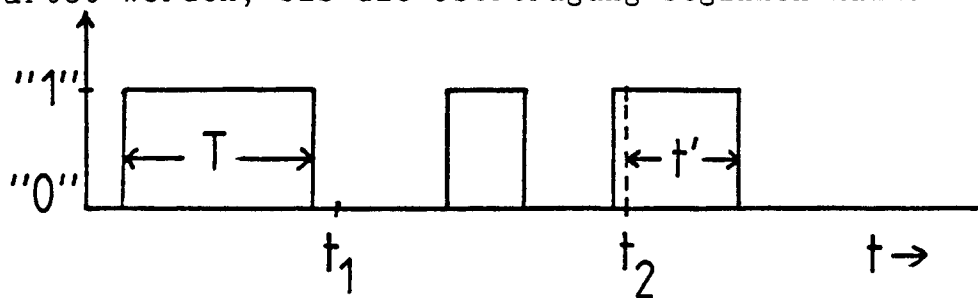
Bsp.: In der betrachteten Konfiguration nach Abbildung 5.1.1 beträgt die Datenübertragungsrate : $r = 1.2 \text{ MByte/s}$

Für einen Datensatz der Länge $L = 10 \text{ KByte}$ wird deshalb die Zeit $T_{\text{Trans}} = 8.3 \text{ ms}$ zur Datenübertragung benötigt.

Wie bereits in Kapitel 3 beschrieben, setzt sich die Bedienzeit einer E/A-Operation aus mehreren Summanden (Abb. 3.2.1) zusammen. Aus dieser Abbildung geht weiter hervor, daß der Übertragungsweg (also: Strang-Kopf, Kontrolleinheit und Kanal) für die Übertragung der Kanalkommandoworte "Seek" und "Set Sector" sowie für die Übertragung des eigentlichen Datensatzes benutzt wird. Vor Abwicklung dieser Übertragungen können Verzögerungen entstehen. Ursache dafür ist, daß der Übertragungsweg belegt ist mit Datenübertragungen anderer Platten. Dies führt zu einer Verlängerung der Bedienzeit, die in solchen E/A-Konfigurationen nicht mehr als konstant angesehen werden kann. Da die Verzögerungszeit vor der Übertragung der Kanalkommandoworte "Seek" (T_{CSK}) und "Set Sector" (T_{CSS}) sowie die Verzögerungszeit durch vergebliche Wiederverbindungsversuche (T_{RPS}) für die Modellbildung von wesentlicher Bedeutung sind, soll auf die Berechnung dieser Größen näher eingegangen werden.

Liegt eine E/A-Anforderung der Zentraleinheit zu einer Platte vor, so prüft das Betriebssystem, ob im UCB der Platte eine momentane Belegung der Platte durch andere Aktivitäten vorliegt. Enthält der UCB keine derartige Eintragung kann das Kanalkommandowort "Seek" zu der Platte gesendet werden. Diese Übertragung kann durch die Belegung eines der Übertragungsbetriebsmittel des E/A-Subsystems verzögert werden. In Abbildung 5.1.2 ist die Belegung des Übertragungsweges in Anhängigkeit der Zeit aufgetragen.

Wird das Kanalkommandowort zur Zeit $t=t_1$ übertragen, erfährt die Übertragung keine Verzögerung. Für den Fall $t=t_2$ muß die Zeit t' gewartet werden, bis die Übertragung beginnen kann.



"1": Übertragungsweg belegt

"0": Übertragungsweg frei

T : Datenübertragungszeit

Abbildung 5.1.2: Belegung des Übertragungsweges über der Zeit

Die Verzögerungszeit T_{CSK_i} für eine Platte i kann mit folgender Gleichung berechnet werden /KLEI 75/ (The Paradox of Residual Life):

$$T_{CSK_i} = \left(\frac{T_{Trans}}{2} + \frac{\sigma^2_{T_{Trans}}}{2T_{Trans}} \right) U_{P_i} \quad (5.2)$$

U_{P_i} : Auslastung des Übertragungsweges "gesehen" von Platte i (Berechnung s.u.)

T_{Trans} : mittlere Datenübertragungszeit

$\sigma^2_{T_{Trans}}$: Varianz von T_{Trans}

Wie aus Gleichung (5.2) ersichtlich geht hier die statistische Verteilung der Datenübertragungszeit T_{Trans} mit in die Berechnung von T_{CSK_i} ein.

Nimmt man eine konstante Datenübertragungszeit T_{Trans} für alle E/A-Operationen an, so gilt für $\sigma^2_{T_{Trans}}$:

$$\sigma^2_{T_{Trans}} = 0$$

Daraus folgt für T_{CSK_i} :

$$T_{CSK_i} = (T_{Trans}/2) U_{P_i} \quad (5.3)$$

In realen E/A-Subsystemen ist es jedoch sehr unwahrscheinlich, daß alle E/A-Operationen die gleiche Datenübertragungszeit haben, wegen der verschiedenartigen Datensätze, die auf den Platten abgelegt sind.

Deshalb wird im folgenden angenommen, daß die Datenübertragungszeiten exponentiell verteilt sind mit dem Mittelwert T_{Trans} . Für die Varianz σ^2_{Trans} gilt damit:

$$\sigma^2_{\text{Trans}} = (T_{\text{Trans}})^2 \quad (5.4)$$

Mit den Gleichungen (5.2) und (5.4) folgt:

$$T_{\text{CSK}_i} = T_{\text{Trans}} U_{p_i} \quad (5.5)$$

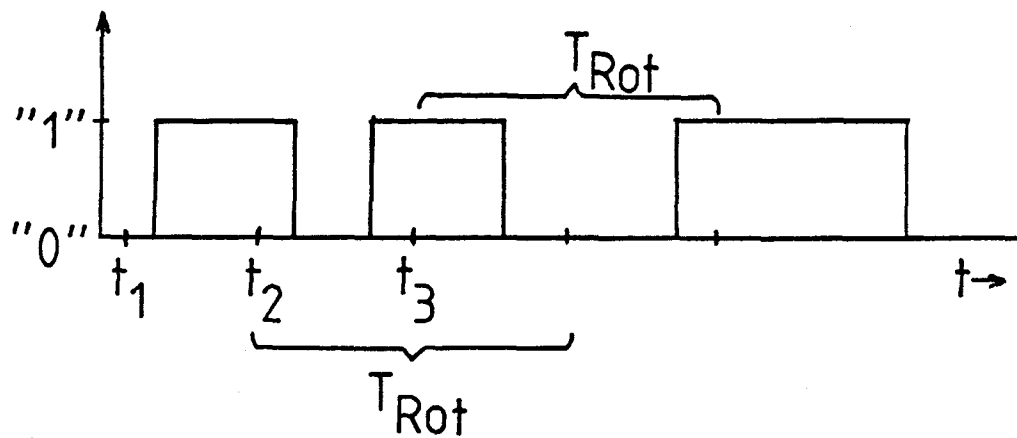
Für die Verzögerungszeit T_{CSS_i} können die gleichen Überlegungen angestellt werden wie für T_{CSK} . Deshalb gilt:

$$T_{\text{CSS}_i} = T_{\text{CSK}_i} \quad (5.6)$$

Sobald sich der Anfang des geforderten Datensatzes einer E/A-Operation unter den S/L-Köpfen der Platte befindet, versucht die Platte eine Verbindung zum Zentralspeicher herzustellen. Scheitert dieser Versuch, so muß eine gesamte Umdrehung gewartet werden, bis ein erneuter Versuch unternommen werden kann. Diese Verzögerungszeit (T_{RPS}) soll berechnet werden.

Zu den betrachteten Zeitpunkten der Wiederverbindungsversuche kann eine Platte i sich selbst nicht behindern. Aus der Sicht der Platte wird diese Verzögerung nur durch Datenübertragungen der anderen Platten hervorgerufen. Deshalb muß die Auslastung U_{p_i} (Berechnung von U_{p_i} s. u.) auch in diesem Fall in die Berechnung eingehen.

In Abbildung 5.1.3 ist zur Veranschaulichung die Belegung des Übertragungsweges über der Zeit aufgetragen. Dabei gilt die Einschränkung, daß die mittlere Datenübertragungszeit T_{Trans} sehr viel kleiner ist als die Umdrehungszeit T_{Rot} der Platte i (also: $T_{\text{Trans}} \ll T_{\text{Rot}}$).



"1": Übertragungsweg belegt

"0": Übertragungsweg frei

T_{Rot} : Umdrehungszeit der Platte

Abbildung 5.1.3: Belegung des Übertragungsweges über der Zeit
mit $T_{Trans} \ll T_{Rot}$

Fällt der Verbindungsversuch auf den Zeitpunkt $t=t_1$, kann die Übertragung des Datensatzes ungehindert erfolgen. Zur Zeit $t=t_2$ ist der Übertragungsweg belegt. Nach einer Umdrehung der Platte wird der Verbindungsversuch wiederholt. Wie aus Abbildung 5.1.3 hervorgeht, ist im Zeitpunkt t_2+T_{Rot} der Übertragungsweg nicht belegt, so daß keine weiteren Verzögerungen entstehen können. Für den Fall, daß zum Zeitpunkt $t=t_3$ eine Übertragung angestrebt wird, muß mindestens zwei Umdrehungen gewartet werden, da auch zum Zeitpunkt t_3+T_{Rot} der Übertragungsweg belegt ist.

Für die Wahrscheinlichkeit Pr_1 , daß die E/A-Operation einer Platte i um eine Umdrehung verzögert wird, gilt:

$$Pr_1 = U_{P_i}$$

Die Wahrscheinlichkeit Pr_2 , daß die RPS-Verzögerung zwei Umdrehungen beträgt, lautet:

$$Pr_2 = Pr_1 U_{P_i} = (U_{P_i})^2$$

Für Pr_3 gilt:

$$Pr_3 = (U_{P_i})^3$$

Deshalb berechnet sich die mittlere Verzögerungszeit T_{RPS_i} zu:

$$T_{RPS_i} = T_{Rot} \sum_{n=1}^{\infty} (U_{P_i})^n = T_{Rot} U_{P_i} / (1 - U_{P_i}) \quad (5.7)$$

Die Einschränkung $T_{Trans} \ll T_{Rot}$ ist hinreichend für alle betrachteten Fälle der Anwendung auf die in der KFA installierten Konfiguration, da hier für die maximale Datenübertragungszeit aller Platten gilt: $T_{Trans} \ll T_{Rot}$.

In den folgenden Abschnitten wird die Berechnung der Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel sowie die Gesamtauslastung des Übertragungsweges U_{P_i} gezeigt. Dazu sind in einer Konfiguration nach Abbildung 5.1.1 R Auftragsklassen zugelassen. Jede Auftragsklasse r hat in einer Platte i einen bestimmten Auftragsdurchsatz X_{ir} , der als bekannt vorausgesetzt wird. In der Konfiguration nach Abbildung 5.1.1 berechnet sich deshalb die Auslastung der Strang-Köpfe 1 und 2 U_{HS_1} und U_{HS_2} zu:

$$U_{HS1} = \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^8 X_{ir} T_{Trans_i} \quad (5.8)$$

$$U_{HS2} = \sum_{r=1}^R \sum_{i=9}^{16} X_{ir} T_{Trans_i} \quad (5.9)$$

T_{Trans_i} : mittlere Datenübertragungszeit der Platte i

In der weiteren Herleitung muß unterschieden werden zwischen der Gesamtauslastung der Übertragungsbetriebsmittel und der für eine Platte i relevanten Auslastung U_{P_i} . Diese Auslastung U_{P_i} berücksichtigt, daß eine Platte sich selbst bei der Übertragung von Daten nicht verzögern kann. Vielmehr wird die Datenübertragung von und zu einer Platte i durch Aktivitäten anderer Platten verzögert. In der Auslastung U_{P_i} ist daher der Anteil an der Gesamtauslastung der Übertragungsbetriebsmittel, der durch die Platte i hervorgerufen wird, abgezogen. U_{P_i} ist für alle Platten verschieden, da einerseits die Anzahl und Dauer der Datenübertragungen von und zu einer Platte unterschiedlich sind und andererseits die Datenübertragungen über verschiedene Übertragungsbetriebsmittel ablaufen können.

Für die Berechnung von T_{CSK_i} , T_{CSS_i} und T_{RPS_i} muß für jede Platte i eine Auslastung des jeweiligen Strang-Kopfes berechnet werden, bei der der Eigenanteil der Platte i von der Gesamtauslastung des zugehörigen Strang-Kopfes abgezogen wird. Diese Auslastung wird mit U_{HS_i} bezeichnet. Es gilt:

$$U_{HS_i} = U_{HS1} - \sum_{r=1}^R X_{ir} T_{Trans_i} \quad \text{für } i=1, \dots, 8 \quad (5.10)$$

$$U_{HS_i} = U_{HS2} - \sum_{r=1}^R X_{ir} T_{Trans_i} \quad \text{für } i=9, \dots, 16 \quad (5.11)$$

Die Wahrscheinlichkeit F_{HS_i} , daß für eine Platte i der zugehörige Strang-Kopf frei ist, berechnet sich deshalb wie folgt:

$$F_{HS_i} = 1 - U_{HS_i} \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.12)$$

Als nächstes wird die Auslastung U_{Cu} der Kontrolleinheit berechnet:

$$U_{Cu} = U_{HS1} + U_{HS2} \quad (5.13)$$

Eine Übertragung von und zu einer Platte i aus Strang 1 kann nur unter der Bedingung erfolgen, daß der Strang-Kopf 1 mit der Wahrscheinlichkeit F_{HS_i} frei ist und zusätzlich die Kontrolleinheit bzw. der Kanal ebenfalls frei sind. Die Kontrolleinheit kann in diesem Fall nur durch die Datenübertragung des Stranges 2 belegt sein. Deshalb gilt für die Wahrscheinlichkeit F_{Cu_i} , daß die Kontrolleinheit für Strang 1 frei ist:

$$F_{Cu_i} = 1 - U_{HS2} \quad \text{für } i=1, \dots, 8 \quad (5.14)$$

Für Strang 2 gilt:

$$F_{Cu_i} = 1 - U_{HS1} \quad \text{für } i=9, \dots, 16 \quad (5.15)$$

Die Auslastung des Kanals in einer Konfiguration nach Abbildung 5.1.1 ist gleich der Auslastung der Kontrolleinheit.

$$U_{Ch} = U_{Cu} \quad (5.16)$$

Für die Wahrscheinlichkeit F_{Ch} , daß der Kanal frei ist, wenn die Kontrolleinheit frei ist, gilt:

$$F_{Ch_i} = 1 \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.17)$$

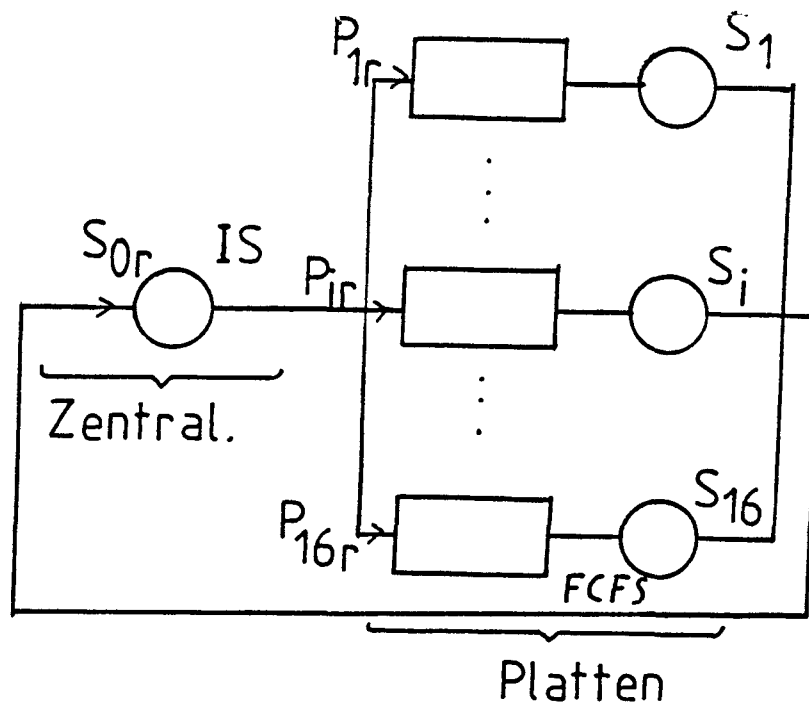
Deshalb berechnet sich die Auslastung U_{p_i} des gesamten Übertragungsweges von einer Platte i zum Zentralspeicher der Zentraleinheit zu:

$$U_{p_i} = 1 - F_{HS_i} F_{Cu_i} F_{Ch_i} \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.18)$$

Für eine Konfiguration nach Abbildung 5.1.1 wird ein Berechnungsverfahren vorgeschlagen: Dazu werden die Größen des Durchsatzes X_{ir} der Platten und die Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel benötigt.

Abbildung 5.1.4 a enthält ein Warteschlangennetzwerk bestehend aus Warteräumen für die Zentraleinheit und für alle Platten der Konfiguration. Die Zentraleinheit wird in diesem Netzwerk durch einen IS-Warteraum einbezogen. Von diesem IS-Warteraum gelangen die E/A-Aufträge der Zentraleinheit zu den einzelnen Platten. Die Platten werden mit FCFS-Warteräumen berücksichtigt. Abbildung 5.1.4 b enthält den Aufbau der Übertragungsbetriebsmittel des E/A-Subsystems einer Konfiguration nach Abbildung 5.1.1.

a.)



b.)

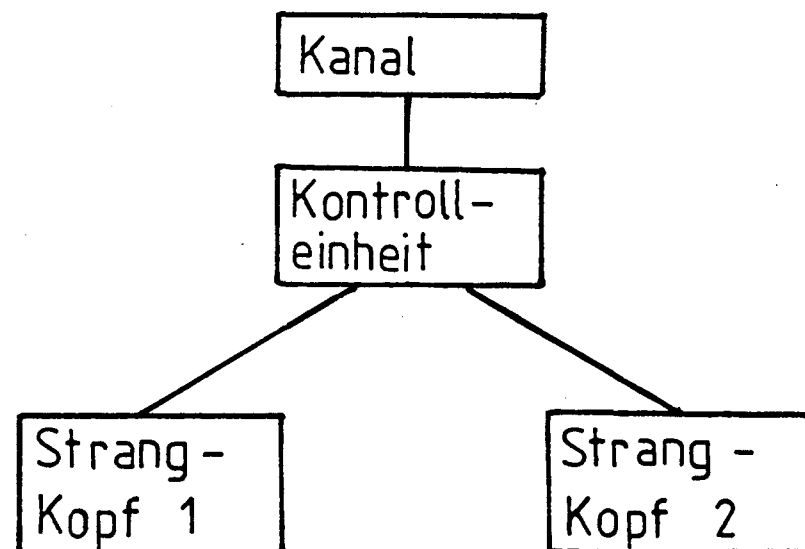


Abbildung 5.1.4: a) Warteschlangennetzwerk der Konfiguration
b) Blockschaltbild der Übertragungsbetriebsmittel

Der Berechnungsalgorithmus für eine E/A-Konfiguration erfolgt in drei Schritten:

1.) Initialisierung

- $I \leftarrow 1$

- Auftragspopulation des Warteschlangennetzwerkes:

$\underline{N} = N_1, \dots, N_r, \dots, N_R$

- Übergangswahrscheinlichkeiten P_{ir} der Auftragsklassen von der Zentraleinheit zu den Platten

- Zuteilungsdisziplin der Warteräume:

Zentraleinheit: IS-Zuteilungsverfahren

Platten : FCFS-Zuteilungsverfahren

(Wegen FCFS-Zuteilungsverfahren bei den Platten müssen alle Auftragsklassen r die gleiche mittlere Bedienzeit S_i haben. Diese

Bedienzeiten müssen exponentiell verteilt sein.)

-Bedienzeiten:

Bedienzeiten S_{0r} aller Auftragsklassen in der Zentraleinheit

Startwert für die Bedienzeiten S_i bei den Platten

($i=1, \dots, 16$)

Für S_i gilt:

$S^{(I)}_i = T_{Pos} + T_{Lat} + T_{Trans_i}$ für $i=1, \dots, 16$

T_{Pos} : mittlere Positionierzeit der S/L-Köpfe

T_{Lat} : mittlere Latenzzeit der Platten

T_{Trans_i} : mittlere Datenübertragungszeit der Platte i

- T_{Trans} : mittlere Datenübertragungszeit aller Platten des

E/A-Subsystems (exponentiell verteilt)

-Für den Startwert von $U^{(I)}_{P_i}$ gilt:

$U^{(I)}_{P_i} = 0$

Daraus folgt :

$T^{(I)}_{CSK_i} = T^{(I)}_{CSS_i} = T^{(I)}_{RPS_i} = 0$

2.) Berechnung des Warteschlangennetzwerkes

Zur Lösung des Netzwerkes (Abbildung 5.1.4 a) wird die in Kapitel 2.7 beschriebene Mittelwertanalyse verwendet. Damit erhält man Größen wie Warteschlangenlänge, Wartezeit, Durchsatz und Auslastung aller Warteräume.

3.) Berechnung der Auslastungen der Übertragungsbetriebsmittel

$I \leftarrow I+1$

Mit dem im vorhergehenden Schritt berechneten Durchsatz $X^{(I)}_{ir}$ kann unter Anwendung der Gleichungen (5.8), (5.9), (5.10), (5.11), (5.12), (5.13), (5.14), (5.15), (5.16), (5.17) und (5.18) die Auslastung $U^{(I)}_{P_i}$ bestimmt werden für die Übertragungsbetriebsmittel nach Abbildung 5.1.4 b) . Damit kann $T^{(I)}_{CSK_i}$, $T^{(I)}_{CSS_i}$ und $T^{(I)}_{RPS_i}$ berechnet werden.

Für die neue Bedienzeit der Platten gilt:

$S^{(I)}_i = T_{Pos} + T_{Lat} + T_{Trans_i} + T^{(I)}_{CSK_i} + T^{(I)}_{CSS_i} + T^{(I)}_{RPS_i}$

Diese neu berechneten Bedienzeiten werden dann im nächsten Iterationsschritt für eine Lösung des Warteschlangennetzwerkes benutzt (Schritt 2).

Die Iteration endet, wenn folgendes Konvergenzkriterium erfüllt ist:

(I) (I-1)

$$|U_{P_i} - U_{P_i}| < \xi \quad \text{für alle } i=1, \dots, 16$$

ξ wurde in der Größenordnung der Rechengenauigkeit gewählt (10^{-6})

5.1.3 BEISPIEL

Zu dem beschriebenen Lösungsverfahren wird nun ein Beispiel berechnet:

Betrachtet wird eine E/A-Konfiguration nach Abbildung 5.1.1, in der an jedem Strang jeweils drei Platten angeschlossen sind (Strang 1: Platten 1-3 ; Strang 2: Platten 4-6). In Tabelle 5.1 werden die Eingabedaten für die Berechnung angegeben.

Es werden drei Auftragsklassen angenommen, die jeweils eine Population von 10 Aufträgen im Warteschlangennetzwerk haben. Die Bedienzeit in der Zentraleinheit beträgt für einen Auftrag der Klasse 1 in der Zentraleinheit 1s, der Klasse 2 0.1s und für einen Auftrag der Klasse 3 0.01 s.

Die Größen wie mittlere Positionierzeit, Latenzzeit und Datenübertragungszeit charakterisieren die verwendeten Platteneinheiten und die darauf abgelegten Datensätze. Dies sind die einzigen Größen, die vom verwendeten Plattentyp abhängig sind. Da alle Platten in der Konfiguration vom selben Plattentyp "3350" sind, beträgt die mittlere Latenzzeit für alle Platten 8.335 ms. Die relativen Ankunftsdaten geben die Wahrscheinlichkeit an, mit der Aufträge von der Zentraleinheit auf eine Platte zugreifen. Deshalb spiegeln die relativen Ankunftsdaten das Verhalten der Auftragsklassen bezüglich der E/A-Anforderungen in einer Rechnerkonfiguration wieder.

Die wichtigsten Ergebnisse für die Platten sind in Tabelle 5.2 enthalten. Die Auslastungen der Übertragungsbetriebsmittel sind in Tabelle 5.3 enthalten.

Tabelle 5.1: Eingabedaten

| Platte | Positionier- | Datenüber- | Rel. Ankunftsrate | | |
|--------|--------------|------------|-------------------|------|------|
| | zeit (ms) | trag. (ms) | Kl. 1 | Kl.2 | Kl.3 |
| 1 | 25 | 6.3 | .3 | .2 | .3 |
| 2 | " | 9 | .3 | .3 | .3 |
| 3 | " | 9 | .1 | .2 | .1 |
| 4 | " | 6 | .05 | .1 | .1 |
| 5 | " | 3 | .05 | .05 | .1 |
| 6 | " | 5 | .2 | .15 | .1 |

Tabelle 5.2: Ergebnisse

| Platte | T _{CSK_i} | T _{RPS_i} | Bedien- | Ausl.(%) | Wartezeit(ms) | | |
|--------|------------------------------|------------------------------|----------|-------------|---------------|-------|-------|
| | (ms) | (ms) | zeit(ms) | der Platten | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| 1 | 2.21 | 7.64 | 52 | 83.9 | 271 | 267 | 262 |
| 2 | 1.79 | 5.68 | 52 | 96.4 | 705 | 687 | 681 |
| 3 | 2.57 | 8.44 | 56 | 48.2 | 105 | 102 | 103 |
| 4 | 2.71 | 10.4 | 58 | 34.0 | 87 | 86 | 86 |
| 5 | 2.80 | 11.4 | 59 | 27.3 | 81 | 80 | 79 |
| 6 | 2.68 | 10.2 | 57 | 46.7 | 104 | 103 | 103 |

Tabelle 5.3: Auslastungen der Übertragungsbetriebsmittel

| Betriebsmittel | Auslastung (%) |
|----------------|----------------|
| Strang-Kopf 1 | 34.86 |
| Strang-Kopf 2 | 9.0 |
| Kontrolleinh. | 43.86 |
| Kanal | 43.86 |

Hier wurde ein Beispiel gewählt, in dem der Strang 1 stärker mit E/A-Operationen belastet ist als Strang 2. Die Platten 1 und 2 sind besonders stark ausgelastet. Dadurch entstehen hohe Wartezeiten für Aufträge, die einen Zugriff zu diesen Platten anstreben. Wie schon oben erwähnt trägt die Auslastung einer Platte nicht zur Verzögerung der eigenen E/A-Operationen bei. Deshalb ist die RPS-Verzögerung für die stark ausgelasteten Platten geringer als für weniger stark belastete Platten (siehe Tabelle 5.2 Platte 1 und 2).

Obwohl der Strang 2 nicht so stark mit E/A-Operationen belegt ist wie Strang 1, erfahren die E/A-Operationen dieses Stranges hohe Verzögerungen durch die E/A-Operationen in Strang 1, da beide Stränge die gleiche Kontrolleinheit und den gleichen Kanal zur Datenübertragung benutzen. Zur Behebung dieses Mißstandes wird im nächsten Abschnitt eine andere Konfiguration vorgestellt.

Die Konfiguration hat den Nachteil, daß bei Ausfall des Kanals

oder der Kontrolleinheit beide Stränge vom Übertragungsweg zum Zentralspeicher abgeschnitten sind.

5.1.4 DISKUSSION

Im Gegensatz zu den in der Literatur beschriebenen Verfahren mit konstanter Bedienzeit, berücksichtigt dieses Verfahren, daß die Bedienzeiten der E/A-Operationen von der Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel abhängen. Neben den bekannten Größen -Warteschlangenlänge, Wartezeit, Durchsatz und Auslastung der Platten- werden zusätzlich die Auslastungen der Strang-Köpfe, der Kontrolleinheit und des Kanals berechnet. Durch die Wahl der relativen Ankunftsrate für die Auftragsklassen des E/A-Subsystems kann im Gegensatz zu einem Modell aus Kapitel 4.5 auch ein E/A-Subsystem mit ungleichmäßiger Belastung der Platten berechnet werden, da dies in realen Systemen häufig auftritt. Zusätzlich kann für jede Platte eine mittlere Datenübertragungszeit angenommen werden mit der Bedingung, daß die Datenübertragungszeit aller E/A-Operationen des E/A-Subsystems exponentiell verteilt sind.

Im Gegensatz zu Kapitel 4.4 (/SPRI 82/) geht hier in die Berechnung von T_{CSK_i} , T_{CSS_i} und T_{RPS_i} die Auslastung U_{p_i} ein. Es wird somit berücksichtigt, daß eine Platte in einem E/A-Subsystem nur die anderen Platten des E/A-Subsystems sieht.

Nachteilig in diesem Modell ist, daß wegen der FCFS-Zuteilungsdisziplin die gleiche mittlere Bedienzeit für alle Auftragsklassen bei einer Platte vorausgesetzt werden muß /SAUE 81/. Andernfalls ist das Warteschlangennetzwerk (Schritt 2) nicht mehr lösbar, da dann keine Produktformlösung existieren würde.

5.2 MODELL MIT FLEXIBLEN ANSCHLUßMÖGLICHKEITEN DER ÜBERTRAGUNGSBETRIEBSMITTEL

Nachdem in Kapitel 5.1 eine Konfiguration entsprechend der Abbildung 5.1.1 modelliert wurde, sollen nun die zwei möglichen Verfahren der flexiblen Anschlußmöglichkeiten (Alternate-Channel-

Verfahren und String-Switch-Verfahren) mit in die Berechnung einbezogen werden.

5.2.1 ALTERNATE-CHANNEL-VERFAHREN

Da jede Zentraleinheit über mehrere Blockmultiplexkanäle verfügt, ist es üblich für mehrere Plattenstränge auch mehrere Kanäle und Kontrolleinheiten zu benutzen, um die Übertragungsbetriebsmittel einer E/A-Konfiguration zu entlasten. Eine solche E/A-Konfiguration ist in Abbildung 5.2.1 dargestellt.

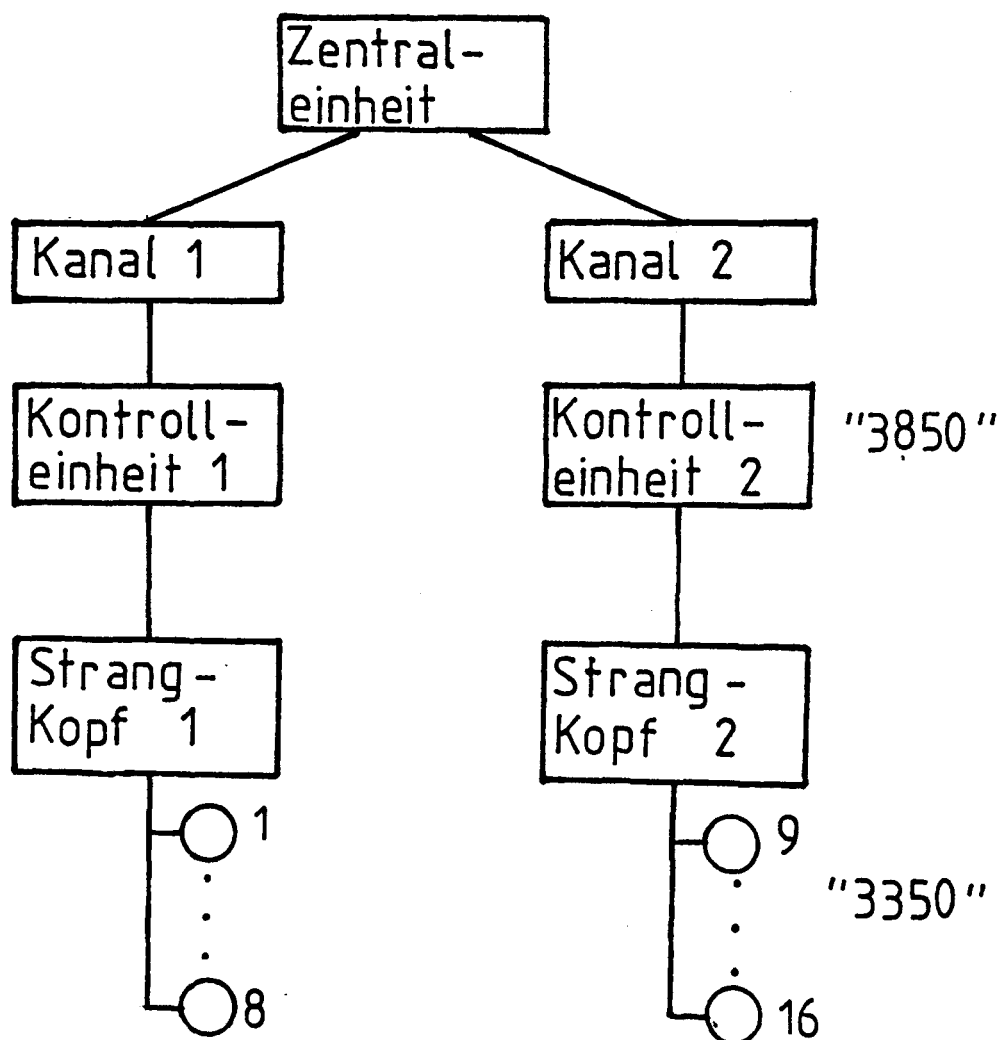


Abbildung 5.2.1: E/A-Konfiguration mit Alternate-Channel-Verfahren

Die Auslastung der Strang-Köpfe berechnet sich für diese Konfiguration nach den Gleichungen (5.8) und (5.9). Ebenso werden auch die Wahrscheinlichkeiten F_{HS_1} mit den Gleichungen (5.10) und (5.11) berechnet.

Wie aus Abbildung 5.2.1 ersichtlich sind die Kontrolleinheiten und Kanäle zur gleichen Zeit belegt wie die zugehörigen Strang-Köpfe. Deshalb gilt:

$$U_{Cu1} = U_{HS1} \quad (5.19)$$

$$U_{Cu2} = U_{HS2} \quad (5.20)$$

U_{Cu1} , U_{Cu2} : Auslastung der Kontrolleinheiten 1 und 2

$$U_{Ch1} = U_{Cu1} \quad (5.21)$$

$$U_{Ch2} = U_{Cu2} \quad (5.22)$$

U_{Ch1} , U_{Ch2} : Auslastung der Kanäle 1 und 2

Für eine Platte aus Strang i , deren Strang-Kopf augenblicklich nicht belegt ist, berechnen sich die Wahrscheinlichkeiten F_{Cu_i} und F_{Ch_i} , daß Kanal und Kontrolleinheit frei sind, zu:

$$F_{Cu_i} = 1 \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.23)$$

$$F_{Ch_i} = 1 \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.24)$$

Deshalb gilt mit Gleichung (5.18):

$$U_{P_i} = 1 - F_{HS_i} F_{Cu_i} F_{Ch_i} = 1 - F_{HS_i} \quad (5.25)$$

Der Berechnungsalgorithmus aus Kapitel 5.1 wird für eine Konfiguration nach Abbildung 5.2.1 nur in Schritt 3 geändert:

Die Wahrscheinlichkeit U_{P_i} , daß der Übertragungsweg von der Platte i zum Zentralspeicher belegt ist, wird mit den Gleichungen (5.8), (5.9), (5.10), (5.11), (5.12) und (5.25) berechnet. Ansonsten bleibt das Berechnungsverfahren gleich.

Auch für eine E/A-Konfiguration nach Abbildung 5.2.1 soll ein Beispiel berechnet werden mit den Eingabewerten aus Tabelle 5.1 bei drei Platten je Strang.

Die wichtigsten Ergebnisse sind in Tabelle 5.4 und 5.5 zusammengefaßt. Tabelle 5.4 enthält die Ergebnisse der Platten, Tabelle 5.5 die Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel.

Tabelle 5.4: Zahlenwertergebnisse für eine Konfiguration nach
Abbildung 5.2.1

| Platte | TCSK _i | TRPS _i | Bedien- | Ausl.(%) | Wartezeit(ms) | | |
|--------|-------------------|-------------------|-----------|------------|---------------|-------|-------|
| | (ms) | (ms) | zeit (ms) | d. Platten | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| 1 | 1.83 | 5.86 | 49 | 84.3 | 261 | 258 | 252 |
| 2 | 1.34 | 3.97 | 49 | 96.5 | 676 | 658 | 652 |
| 3 | 2.01 | 6.66 | 53 | 48.5 | 101 | 98 | 99 |
| 4 | 0.4 | 1.02 | 44 | 27.4 | 60 | 60 | 60 |
| 5 | 0.56 | 1.46 | 45 | 22.0 | 57 | 57 | 57 |
| 6 | 0.36 | 0.96 | 43 | 37.1 | 60 | 67 | 57 |

Tabelle 5.5: Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel

| Betriebsmittel | Auslastung (%) |
|-------------------|----------------|
| Strang-Kopf 1 | 36.7 |
| Strang-Kopf 2 | 9.5 |
| Kontrolleinheit 1 | 36.7 |
| Kontrolleinheit 2 | 9.5 |
| Kanal 1 | 36.7 |
| Kanal 2 | 9.5 |

Der Vorteil dieser Konfiguration wird vom Modell richtig wiedergegeben. Die RPS-Verzögerung ist in Strang 2 um mehr als 5 ms kleiner als in Strang 1. Der Zugriff zu dem schwach belasteten Strang kann also sehr viel schneller erfolgen als in einer Konfiguration nach Abbildung 5.1.1 wie aus einem Vergleich der Wartezeiten hervorgeht. Auch ist eine kleine Verbesserung der Wartezeiten für Zugriffe zu Strang 1 in dieser Konfiguration zu erkennen.

Diese Konfiguration weist jedoch auch Nachteile bezüglich der Ausfallsicherheit auf. Fällt eine der Kontrolleinheiten oder einer der Kanäle aus, so ist es nicht mehr möglich, zu dem angeschlossenen Strang zuzugreifen.

Im allgemeinen ist man bestrebt, die Übertragungsbetriebsmittel möglichst gleich auszulasten. Dies ist jedoch, wie das Beispiel zeigt, bei unterschiedlich stark belasteten Strängen in einer Konfiguration nach Abbildung 5.2.1 nicht möglich.

5.2.2 ALTERNATE-CHANNEL-VERFAHREN UND STRING-SWITCH-VERFAHREN

Um die Nachteile der in Kapitel 5.2.1 gezeigten Konfiguration aufzuheben, gibt es zusätzlich zum Alternate-Channel-Verfahren

die Möglichkeit, von einer Kontrolleinheit Daten zu zwei verschiedenen Plattensträngen zu übertragen. Dieses Verfahren wird String-Switch-Verfahren genannt (Abbildung 5.2.2).

Fällt einer der Kanäle aus, so ist es dennoch möglich, beide Stränge über den alternativen Kanal zu erreichen. Ebenso kann der Ausfall einer Kontrolleinheit den Zugriff zu beiden Plattensträngen nicht mehr verhindern.

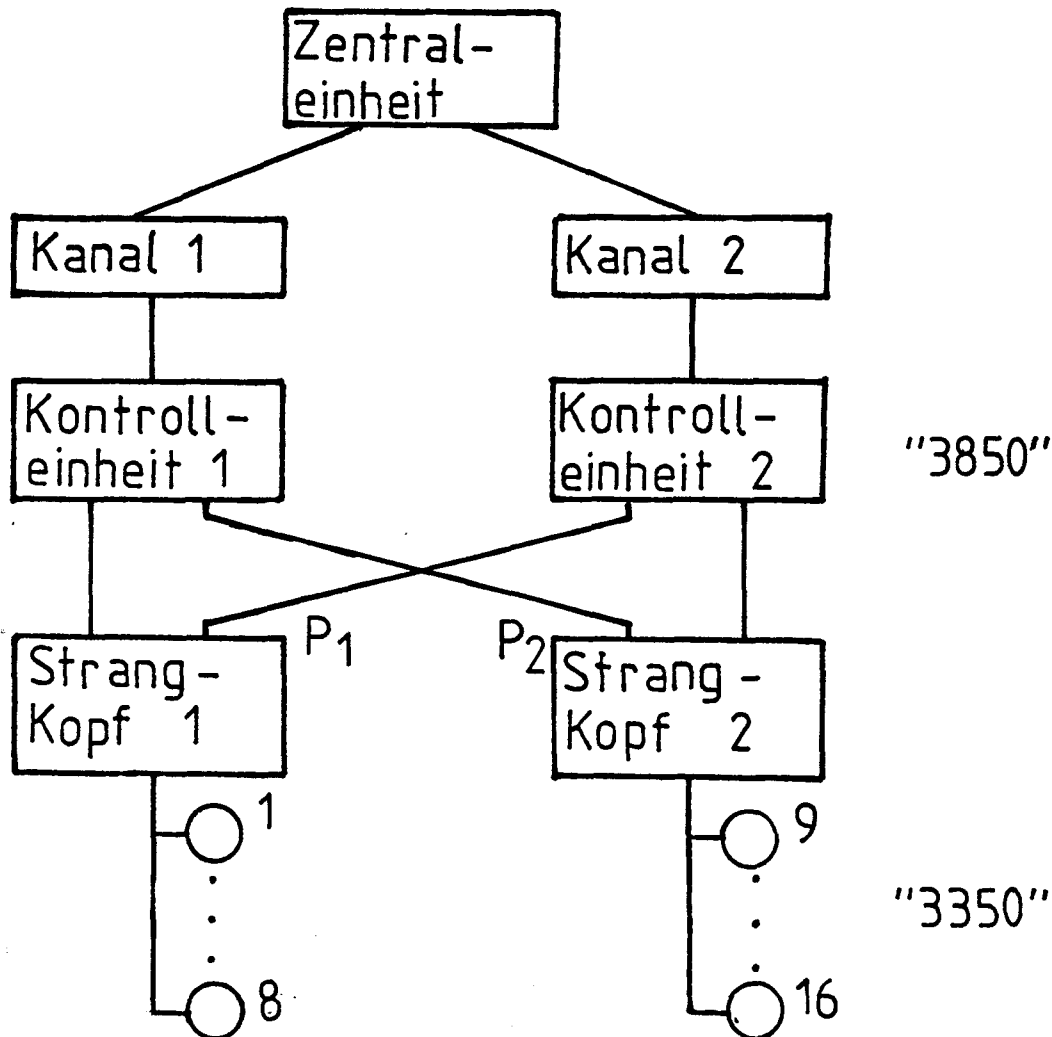


Abbildung 5.2.2: E/A-Konfiguration mit Alternate-Channel- und String-Switch-Verfahren

Die Übergangswahrscheinlichkeiten P_1 und P_2 sind folgendermaßen definiert:

P_1 gibt den Anteil der Datenübertragungen an, der von Strang 1 über Kontrolleinheit 2 zum Zentralspeicher übertragen wird.

P_2 gibt den Anteil der Datenübertragungen an, der von Strang 2 über Kontrolleinheit 1 zum Zentralspeicher gelangt.

Die Auslastung der Strang-Köpfe wird unverändert mit den Gleichungen (5.9) und (5.10) berechnet. Auch für F_{HS_i} gilt die Gleichung (5.12).

Die Auslastung der Kontrolleinheit 1 berechnet sich zu:

$$U_{Cu1} = P_2 U_{HS2} + (1 - P_1) U_{HS1} \quad (5.26)$$

Für Kontrolleinheit 2 gilt:

$$U_{Cu2} = P_1 U_{HS1} + (1 - P_2) U_{HS2} \quad (5.27)$$

Die Wahrscheinlichkeit F_{Cu1} , daß eine Platte i eine Kontrolleinheit frei findet, wenn der zugehörige Strang-Kopf frei ist, soll nun abgeleitet werden.

Ist Strang-Kopf 1 frei, so gilt für die Wahrscheinlichkeit F_1 , daß Kontrolleinheit 1 für Übertragungen von Strang 1 frei ist:

$$F_1 = (1 - P_1)(1 - P_2 U_{HS2}) \quad (5.28)$$

Für Kontrolleinheit 2 gilt:

$$F_2 = P_1(1 - (1 - P_2) U_{HS2}) \quad (5.29)$$

Für Strang 2 gilt:

F_3 ist die Wahrscheinlichkeit, daß Kontrolleinheit 2 frei für Strang 2 ist, wenn Strang 2 keine Daten überträgt:

$$F_3 = (1 - P_2)(1 - P_1 U_{HS1}) \quad (5.30)$$

Für Kontrolleinheit 1 gilt:

$$F_4 = P_2(1 - (1 - P_1) U_{HS1}) \quad (5.31)$$

Deshalb berechnet sich die Wahrscheinlichkeit F_{Cu1} , daß eine der Kontrolleinheiten für eine Platte i frei ist, zu:

$$F_{Cu1} = F_1 + F_2 - (F_1 F_2) \text{ für } i=1, \dots, 8 \quad (5.32)$$

$$F_{Cu1} = F_3 + F_4 - (F_3 F_4) \text{ für } i=9, \dots, 16 \quad (5.33)$$

Für die Kanäle gilt hier:

$$U_{Cu} = U_{Ch} \quad (5.34)$$

Weiterhin gilt hier:

$$F_{Ch1} = 1 \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.35)$$

Deshalb kann Up_i wieder mit Gleichung (5.18) berechnet werden.

Das Berechnungsverfahren aus Kapitel 5.1 braucht auch für diese Konfiguration nur in Schritt 3 geändert zu werden. Mit den Gleichungen (5.8), (5.9), (5.10), (5.11), (5.12), (5.32), (5.33) und (5.18) kann Up_i berechnet werden für ein Konfiguration nach Abbildung 5.2.2.

Für diese Konfiguration wird wieder ein Beispiel berechnet mit den Eingabewerten aus Tabelle 5.1.

Es werden zwei Beispiele mit unterschiedlichen Wertepaaren für P_1 und P_2 berechnet.

Tabelle 5.6: Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel

| Betriebsmittel | Auslastung (%) | |
|-------------------|----------------|--------------------|
| | $P_1=P_2=0.5$ | $P_1=0.37 \ P_2=0$ |
| Strang-Kopf 1 | 30.9 | 31.6 |
| Strang-Kopf 2 | 8.0 | 8.2 |
| Kontrolleinheit 1 | 19.48 | 19.9 |
| Kontrolleinheit 2 | 19.48 | 19.8 |
| Kanal 1 | 19.48 | 19.9 |
| Kanal 2 | 19.48 | 19.9 |

Wie aus Tabelle 5.6 ersichtlich wird mit den Paaren $P_1=0.5$ und $P_2=0.5$ sowie $P_1=0.37$ und $P_2=0$ eine gleichmäßige Auslastung der Kontrolleinheiten und Kanäle erzielt. Dennoch erhält man unterschiedliche Ergebnisse für Bedienzeiten und Wartezeiten bei sonst gleichen Eingabewerten. Das Verfahren, nach dem der Datenübertragungsweg von der Zentraleinheit zu den Platten ausgewählt wird (Kapitel 3), bestimmt die Übergangswahrscheinlichkeiten P_1 und P_2 . In den folgenden zwei Tabellen sind die Ergebnisse beider Berechnungen enthalten.

Tabelle 5.7: Zahlenwertergebnisse für eine Konfiguration nach Abbildung 5.2.2 ($P_1=P_2=0.5$).

| Platte | T_{CSK_i} | T_{RPS_i} | Bedien- zeit (ms) | Ausl.(%) der Platten | Wartezeit(ms) | | |
|--------|-------------|-------------|----------------------|-------------------------|---------------|-------|-------|
| | (ms) | (ms) | | | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| 1 | 3.0 | 12.6 | 58 | 84.0 | 307 | 303 | 297 |
| 2 | 2.72 | 10.5 | 58 | 96.8 | 848 | 827 | 821 |
| 3 | 3.1 | 13.4 | 62 | 47.9 | 116 | 114 | 115 |
| 4 | 2.6 | 9.6 | 57 | 29.5 | 80 | 80 | 79 |
| 5 | 2.7 | 10.2 | 58 | 23.6 | 75 | 75 | 74 |
| 6 | 2.6 | 9.5 | 56 | 41.1 | 93 | 92 | 93 |

Tabelle 5.8: Zahlenwertergebnisse für eine Konfiguration nach
Abbildung 5.2.2 ($P_1=0.37$, $P_2=0$).

| Platte | T_{CSK_i} | T_{RPS_i} | Bedien- zeit (ms) | Ausl.(%) der Platten | Wartezeit(ms) | | |
|--------|-------------|-------------|----------------------|-------------------------|---------------|-------|-------|
| | (ms) | (ms) | | | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| 1 | 2.9 | 11.7 | 57 | 84.1 | 302 | 299 | 293 |
| 2 | 2.6 | 9.7 | 57 | 96.9 | 841 | 820 | 814 |
| 3 | 3.0 | 12.5 | 61 | 48.0 | 114 | 112 | 113 |
| 4 | 1.1 | 3.2 | 48 | 25.2 | 64 | 63 | 64 |
| 5 | 1.3 | 3.6 | 48 | 20.2 | 60 | 60 | 60 |
| 6 | 1.09 | 3.1 | 47 | 34.9 | 71 | 70 | 70 |

Die Bedienzeiten der E/A-Operationen in einer Konfiguration nach Abbildung 5.2.2 sind im Mittel 4-13 ms größer als die Bedienzeiten für eine Konfiguration nach Abbildung 5.2.1 (nur Alternate-Channel-Verfahren). Dabei ist festzustellen, daß die Bedienzeiten für das Wertepaar nach Tabelle 5.8 ($P_1=.37$, $P_2=0$) bis zu 10 ms kleiner sind als die Bedienzeiten aus Tabelle 5.7 ($P_1=P_2=0.5$).

Das höhere Maß an Ausfallsicherheit muß also mit größeren Verzögerungszeiten erkauft werden. Für den Normalbetrieb ist es dabei wichtig, daß die Kanäle und Kontrolleinheiten möglichst gleichmäßig ausgelastet sind, da nur dies in jedem Fall ein Minimum an möglicher Wartezeit und Bedienzeit ergibt. Dennoch ergeben sich auch dann Unterschiede in den Verzögerungszeiten durch die verschiedenen Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Kontrolleinheiten und Strang-Köpfen.

5.3 MODELL FÜR EINE MEHRRECHNER-KONFIGURATION

5.3.1 BERECHNUNGSVERFAHREN

Benutzen mehrere Zentraleinheiten gemeinsame Platten für ihre Dateien und werden diese Dateien zum Austausch von Informationen zwischen den Zentraleinheiten benutzt, so nennt man

solche Konfigurationen "lose gekoppelt".

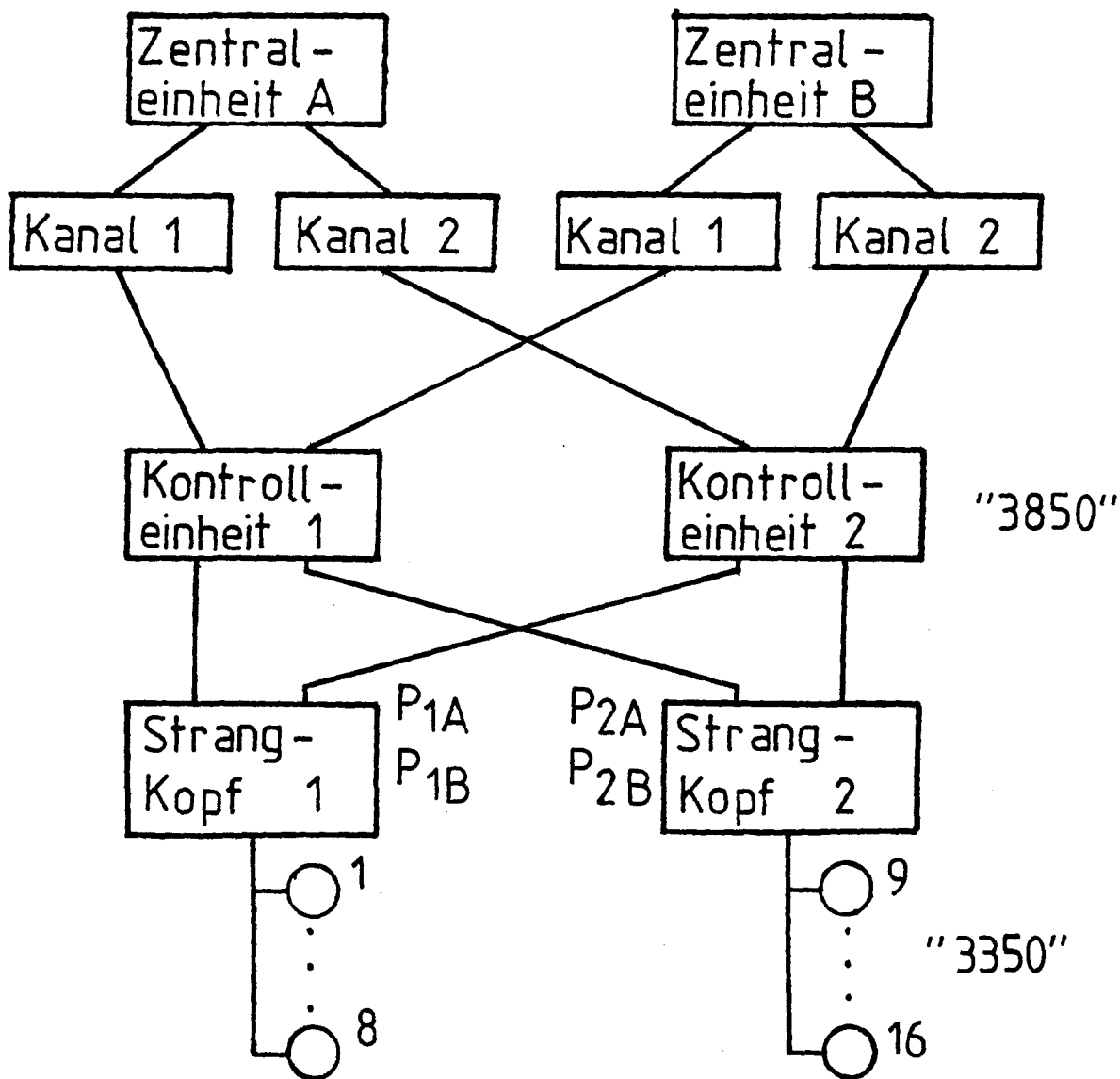


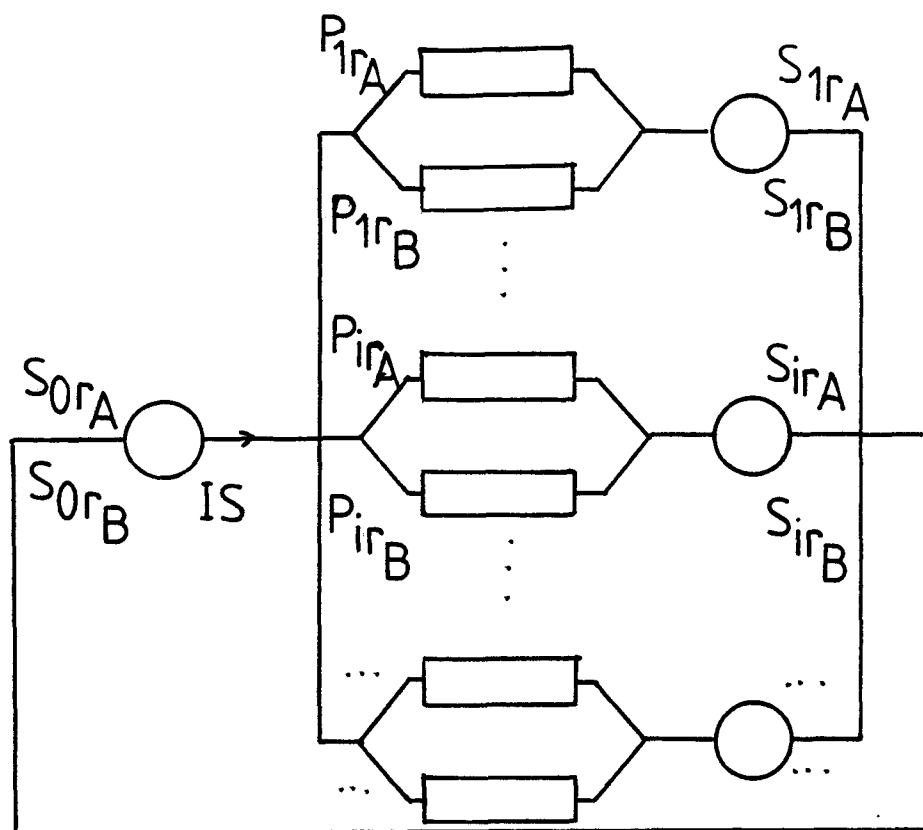
Abbildung 5.3.1: Lose gekoppelte Zweirechner-Konfiguration mit Alternate-Channel und String-Switch.

Eine solche "lose gekoppelte" Zweirechner-Konfiguration ist in der KFA installiert. Abbildung 5.3.1 zeigt das Blockschaltbild der Konfiguration bezüglich der gemeinsam benutzten Plattenstränge und deren Anschlußmöglichkeiten für den Übertragungsweg von den Platten bis zu den Zentraleinheiten.

Die Definition der Parameter P_{1A} , P_{2A} , P_{1B} und P_{2B} entspricht der Definition der Parameter P_1 , P_2 aus Kapitel 5.2.2. In dieser Konfiguration muß zusätzlich nach der Zentraleinheit A oder B unterschieden werden, da die Datenübertragungen von und zu beiden Rechnern unterschiedliche Wege haben.

Die Lösung solcher E/A-Subsysteme kann nicht direkt aus den in Kapitel 5.1 und 5.2 vorgestellten Lösungen gewonnen werden. Analog zu dem in Kapitel 5.1.2 beschriebenen Verfahren wird ein War-

teschlangennetzwerk für die Konfiguration nach Abbildung 5.3.1 gebildet.



P_{1rA} : Übergangswahrscheinlichkeit von Aufträgen der Klasse r aus Konfiguration A zur Platte i .

P_{1rB} : Übergangswahrscheinlichkeit von Aufträgen der Klasse r aus Konfiguration B zur Platte i .

Abbildung 5.3.2: Warteschlangennetzwerk für eine Zweirechner-Konfiguration.

Für ein Warteschlangennetzwerk nach Abbildung 5.3.2 sind zwei verschiedene Arten von Auftragsklassen zugelassen. Diese werden unterschieden nach der Zugehörigkeit der Aufträge zu den Zentraleinheiten A und B. Es gilt:

$r_A = 1, \dots, R_A$ Auftragsklassen von Prozessor A
 $r_B = 1, \dots, R_B$ Auftragsklassen von Prozessor B

Die Übergangswahrscheinlichkeiten der Auftragsklassen der beiden Zentraleinheiten werden nach Abbildung 5.3.2 mit P_{1rA} und P_{1rB} bezeichnet.

Da die Zentraleinheiten von dem Betriebssystem MVS/SP gesteuert werden, ist die Zuteilungsdisziplin der Aufträge einer Zentraleinheit FCFS. Die Zuteilung der E/A-Aufträge zu den Platten beider Zentraleinheiten geschieht unabhängig voneinander. Deshalb kann ein E/A-Auftrag zurückgewiesen werden, wenn die gefor-

derte Platte bereits durch einen E/A-Auftrag der anderen Zentraleinheit belegt ist. Abbildung 5.3.3 zeigt den Warteraum einer Platte i .

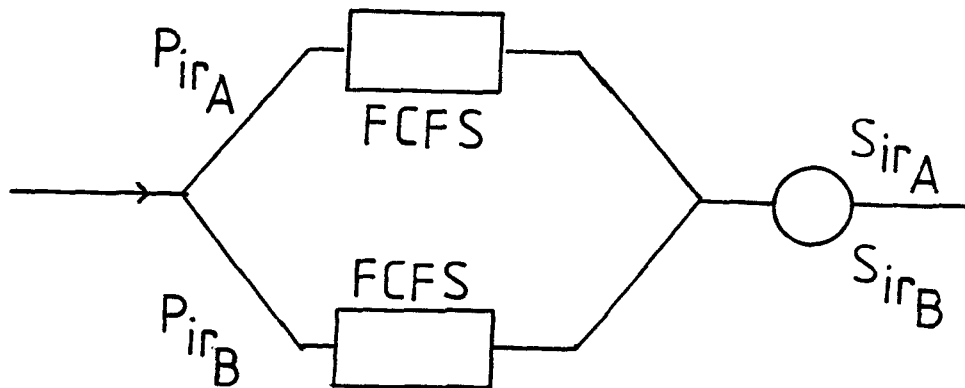


Abbildung 5.3.3: Warteraum für eine Platteneinheit i .

Beide Zentraleinheiten haben für die Platte eine eigene Warteschlange. Die E/A-Aufträge, die das E/A-Subsystem erreichen, werden mit den Wahrscheinlichkeiten P_{irA} bzw. P_{irB} in die entsprechende Warteschlange des Warteraums i eingereiht.

Nach Sauer et. al. /SAUE 81/ kann ein Warteraum nach Abbildung 5.3.3 mit FCFS-Zuteilungsdisziplin innerhalb einer Warteschlange und gleicher exponentieller Bedienzeitverteilung aller Auftragsklassen einer Warteschlange durch einen Warteraum mit PS-Zuteilungsverfahren und einer einzigen Warteschlange (Abbildung 5.3.4) ersetzt werden.

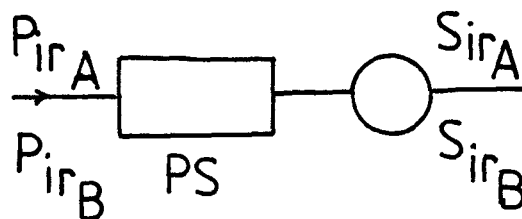


Abbildung 5.3.4: Warteraum mit PS-Zuteilungsdisziplin

Für die Bedienzeiten der Auftragsklassen gilt:

$$S_{irA} = S_{iA} \quad \text{für } r_A = 1, \dots, R_A \quad (5.36)$$

$$S_{irB} = S_{iB} \quad \text{für } r_B = 1, \dots, R_B \quad (5.37)$$

Wie bei den Einprozessor-Modellen mit FCFS Platten-Zuteilungsdisziplin müssen für alle Auftragsklassen einer Zentraleinheit in der Mehrrechner-Konfiguration die Bedienzeiten für eine Platte i gleich sein mit exponentieller Verteilung. Diese Einschränkung ist notwendig, da für den Fall, daß sich nur E/A-Aufträge eines

Prozessoren im Warteraum der Platte i befinden, keine Produktformlösung mehr existieren würde /SAUE 81/.

Das resultierende Warteschlangennetzwerk ist in Abbildung 5.3.5 dargestellt.

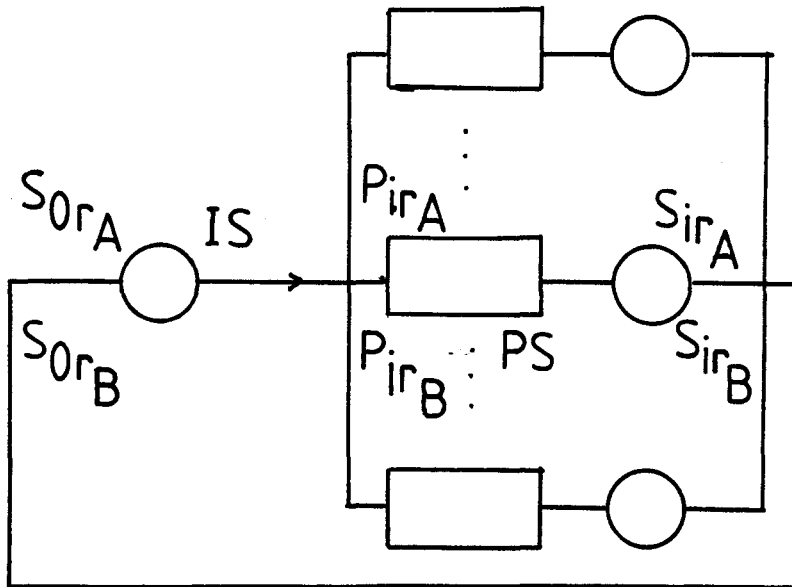


Abbildung 5.3.5: Vereinfachtes Warteschlangennetzwerk

Das Lösungsverfahren aus Kapitel 5.1.2 kann also erhalten bleiben mit der Änderung, daß die Zuteilungsdisziplin bei den Warteräumen, die die Platten repräsentieren, nicht mehr FCFS ist sondern PS ist.

Die Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel wird in ähnlicher Weise wie in Kapitel 5.1 und 5.2 berechnet.

U_{HS1A} gibt die Auslastung des Strang-Kopfes 1 durch E/A-Aufträge der Zentraleinheit A an.

$$U_{HS1A} = \sum_{r_A=1}^{R_A} \sum_{i=1}^8 X_{irA} T_{TransA_i} \quad (5.38)$$

Für E/A-Aufträge der Zentraleinheit B gilt:

$$U_{HS1B} = \sum_{r_B=1}^{R_B} \sum_{i=1}^8 X_{irB} T_{TransB_i} \quad (5.39)$$

Entsprechend gilt für Strang-Kopf 2:

$$U_{HS2A} = \sum_{r_A=1}^{R_A} \sum_{i=9}^{16} X_{irA} T_{TransA_i} \quad (5.40)$$

$$U_{HS2B} = \sum_{r_B=1}^{R_B} \frac{16}{i=9} X_{irB} T_{TransB_i} \quad (5.41)$$

Die Gesamtauslastung der Strang-Köpfe 1 und 2 berechnet sich zu:

$$U_{HS1} = U_{HS1A} + U_{HS1B} \quad (5.42)$$

$$U_{HS2} = U_{HS2A} + U_{HS2B} \quad (5.43)$$

T_{TransA_i} : mittlere Datenübertragungszeit von der Platte i zur Zentraleinheit A.

T_{TransB_i} : mittlere Datenübertragungszeit von der Platte i zur Zentraleinheit B.

Für U_{HS_i} gilt:

$$U_{HS_i} = U_{HS1} - \sum_{r_A=1}^{R_A} X_{irA} T_{TransA_i} - \sum_{r_B=1}^{R_B} X_{irB} T_{TransB_i} \quad \text{für } i=1, \dots, 8 \quad (5.44)$$

$$U_{HS_i} = U_{HS2} - \sum_{r_A=1}^{R_A} X_{irA} T_{TransA_i} - \sum_{r_B=1}^{R_B} X_{irB} T_{TransB_i} \quad \text{für } i=9, \dots, 16 \quad (5.45)$$

Die Wahrscheinlichkeit F_{HS_i} , daß für eine Platte i , die keine Daten überträgt, der zugehörige Strang-Kopf frei ist, wird wieder mit der folgenden Gleichung berechnet:

$$F_{HS_i} = 1 - U_{HS_i} \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.46)$$

Die Auslastungen der Kontrolleinheiten sind abhängig von den Übergangswahrscheinlichkeiten P_{1A} , P_{2A} , P_{1B} und P_{2B} zwischen den Kontrolleinheiten und Strang-Köpfen (siehe Abbildung 5.3.1). Diese Parameter werden bestimmt durch das Verfahren, mit denen beide Zentraleinheiten den Weg der Datenübertragung von der Platte zu den Zentralspeichern auswählen.

Die Auslastungen der Kontrolleinheiten berechnen sich zu:

$$U_{Cu1} = P_{2A} U_{HS2A} + P_{2B} U_{HS2B} + (1 - P_{1A}) U_{HS1A} + (1 - P_{1B}) U_{HS1B} \quad (5.47)$$

$$U_{Cu2} = P_{1A}U_{HS1A} + P_{1B}U_{HS1B} + (1-P_{2A})U_{HS2A} + (1-P_{2B})U_{HS2B} \quad (5.48)$$

Die Wahrscheinlichkeit F_{Cu_i} , daß eine der Kontrolleinheiten frei ist für eine Platte i mit der Bedingung, daß der zugehörige Strang-Kopf frei ist, wird nun abgeleitet:

Da beide Zentraleinheiten unterschiedliche Parameter P_{1A} , P_{2A} , P_{1B} und P_{2B} haben können, muß die Berechnung aus Kapitel 5.2.2 (Gleichungen (5.28)-(5.33)) für beide Zentraleinheiten getrennt vorgenommen werden.

Für E/A-Aufträge der Zentraleinheit A gilt:

Ist Strang-Kopf 1 frei, so gilt für die Wahrscheinlichkeit F_{1A} , daß für Platten aus Strang 1 die Kontrolleinheit 1 frei ist:

$$F_{1A} = (1-P_{1A})(1-P_{2A}U_{HS2A} - P_{2B}U_{HS2B}) \quad (5.49)$$

Die Wahrscheinlichkeit F_{2A} , daß für dieselben Platten die Kontrolleinheit 2 frei ist, lautet:

$$F_{2A} = P_{1A}(1 - (1-P_{2A})U_{HS2A} - (1-P_{2B})U_{HS2B}) \quad (5.50)$$

Für Platten aus Strang 2 gilt:

Ist Strang-Kopf 2 frei, so berechnet sich die Wahrscheinlichkeit F_{3A} , daß für Datenübertragungen aus Strang 2 Kontrolleinheit 2 frei ist, zu:

$$F_{3A} = (1-P_{2A})(1-P_{1A}U_{HS1A} - P_{1B}U_{HS1B}) \quad (5.51)$$

Für Kontrolleinheit 1 gilt entsprechend:

$$F_{4A} = P_{2A}(1 - (1-P_{1A})U_{HS1A} - (1-P_{1B})U_{HS1B}) \quad (5.52)$$

Die gleichen Überlegungen können für E/A-Aufträge aus Zentraleinheit B angestellt werden:

Es gilt:

$$F_{1B} = (1-P_{1B})(1-P_{2A}U_{HS2A} - P_{2B}U_{HS2B}) \quad (5.53)$$

$$F_{2B} = P_{1B}(1 - (1-P_{2A})U_{HS2A} - (1-P_{2B})U_{HS2B}) \quad (5.54)$$

$$F_{3B} = (1-P_{2B})(1-P_{1A}U_{HS1A} - P_{1B}U_{HS1B}) \quad (5.55)$$

$$F_{4B} = P_{2B}(1 - (1 - P_{1A})U_{HS1A} - (1 - P_{1B})U_{HS1B}) \quad (5.56)$$

Dementsprechend muß unterschieden werden zwischen F_{CuA_i} und F_{CuB_i} als Wahrscheinlichkeit, daß eine der Kontrolleinheiten frei ist für Datenübertragungen von Platte i zur Zentraleinheit A oder B:

$$F_{CuA_i} = F_{1A} + F_{2A} - (F_{1A}F_{2A}) \quad \text{für } i=1, \dots, 8 \quad (5.57)$$

$$F_{CuA_i} = F_{3A} + F_{4A} - (F_{3A}F_{4A}) \quad \text{für } i=9, \dots, 16 \quad (5.58)$$

Für Übertragungen zur Zentraleinheit B gilt:

$$F_{CuB_i} = F_{1B} + F_{2B} - (F_{1B}F_{2B}) \quad \text{für } i=1, \dots, 8 \quad (5.59)$$

$$F_{CuB_i} = F_{3B} + F_{4B} - (F_{3B}F_{4B}) \quad \text{für } i=9, \dots, 16 \quad (5.60)$$

Für die Auslastung der Kanäle der Zentraleinheiten A und B gilt:

$$U_{Ch1A} = (1 - P_{1A})U_{HS1A} + P_{2A}U_{HS2A} \quad (5.61)$$

$$U_{Ch2A} = P_{1A}U_{HS1A} + (1 - P_{2A})U_{HS2A} \quad (5.62)$$

$$U_{Ch1B} = (1 - P_{1B})U_{HS1B} + P_{2B}U_{HS2B} \quad (5.63)$$

$$U_{Ch2B} = P_{1B}U_{HS1B} + (1 - P_{2B})U_{HS2B} \quad (5.64)$$

Für F_{Ch_i} gilt wie in Kapitel 5.2.2:

$$F_{Ch_i} = 1 \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.65)$$

Die Wahrscheinlichkeit U_{Ap_i} , mit der der gesamte Übertragungsweg von der Platte i bis zur Zentraleinheit A an irgendeiner Stelle belegt ist, berechnet sich zu:

$$U_{Ap_i} = 1 - F_{HS_i}F_{CuA_i}F_{Ch_i} \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.66)$$

Entsprechend gilt für die Zentraleinheit B:

$$U_{Bp_i} = 1 - F_{HS_i}F_{CuB_i}F_{Ch_i} \quad \text{für } i=1, \dots, 16 \quad (5.67)$$

Die Verzögerungszeiten T_{CSK_i} , T_{CSS_i} und T_{RPS_i} wurden in Kapitel 5.1 und 5.2 mit den Gleichungen (5.2), (5.6) und (5.7) berechnet.

Aus (5.66) und (5.67) folgt, daß die E/A-Aufträge beider Zentraleinheiten unterschiedliche Verzögerungen erfahren.

Diese Verzögerungszeiten werden für Aufträge aus Zentraleinheit A mit T_{CSKA_i} , T_{CSSA_i} und T_{RPSA_i} bezeichnet im Unterschied zu T_{CSKB_i} , T_{CSSB_i} und T_{RPSB_i} für E/A-Aufträge aus Zentraleinheit B. In den Gleichungen (5.2), (5.6) und (5.7) wird zur Berechnung dieser Verzögerungszeiten U_{P_i} durch U_{AP_i} bzw. U_{BP_i} ersetzt. Die mittlere Datenübertragungszeit muß wieder als exponentiell verteilt angenommen werden.

Das Berechnungsverfahren nach Kapitel 5.2.2 muß in einigen Punkten geändert werden.

Für jede Platte i gibt es 2 verschiedene Bedienzeiten S_{iA} und S_{iB} . Für die Startwerte in Schritt 1 des Berechnungsverfahrens aus Kapitel 5.1.2 gilt:

$$S^{(1)}_{iA} = T_{Pos} + T_{Lat} + T_{TransA_i}$$

$$S^{(1)}_{iB} = T_{Pos} + T_{Lat} + T_{TransB_i}$$

Für die Startwerte von U_{AP_i} und U_{BP_i} gilt:

$$U^{(1)}_{AP_i} = U^{(1)}_{BP_i} = 0$$

Daraus folgt:

$$T^{(1)}_{CSKA_i} = T^{(1)}_{CSSA_i} = T^{(1)}_{RPSA_i} = 0$$

$$T^{(1)}_{CSKB_i} = T^{(1)}_{CSSB_i} = T^{(1)}_{RPSB_i} = 0$$

In Schritt 2 muß die Zuteilungsdisziplin bei den Warteräumen, die die Platten repräsentieren, geändert werden (s.o.).

In Schritt 3 der Berechnung werden die Größen U_{AP_i} und U_{BP_i} mit Hilfe der Gleichungen (5.46), (5.57), (5.58), (5.59), (5.60), (5.65), (5.66) und (5.67) berechnet.

Daraus können die Verzögerungszeiten berechnet werden, die hier für die E/A-Operationen von und zu den Platten entstehen können.

Die Bedienzeiten berechnen sich zu:

$$S^{(I)}_{iA} = T_{\text{Pos}} + T_{\text{Lat}} + T_{\text{Trans}A_i} + T^{(I)}_{\text{CSKA}_i} + T^{(I)}_{\text{CSSA}_i} + T^{(I)}_{\text{RPSA}_i}$$

$$S^{(I)}_{iB} = T_{\text{Pos}} + T_{\text{Lat}} + T_{\text{Trans}B_i} + T^{(I)}_{\text{CSKB}_i} + T^{(I)}_{\text{CSSB}_i} + T^{(I)}_{\text{RPSB}_i}$$

Das Konvergenzkriterium muß für $U^{(I)}_{AP_i}$ und $U^{(I)}_{BP_i}$ erfüllt sein, um die Iteration zu beenden.

Dieses Berechnungsverfahren für eine Zweirechner-Konfiguration kann für jede Zentraleinheit verschiedene Auftragsklassen berücksichtigen, die unterschiedlich in der Population und in den relativen Ankunftsrateen sein können. Für die Bedienzeit der Platten muß die Einschränkung erhalten bleiben, daß die E/A-Aufträge einer Zentraleinheit die gleiche mittlere Bedienzeit haben müssen. Der Fall, daß zwei Zentraleinheiten Datensätze unterschiedlicher mittlerer Länge auf den einzelnen Platten ablegen können, wird ebenfalls mit erfaßt. Die Einschränkung, daß die Datenübertragungszeiten insgesamt exponentiell verteilt sein müssen, bleibt dagegen erhalten. Im folgenden Abschnitt soll für eine Zweirechner-Konfiguration ein Beispiel berechnet werden.

5.3.2 BEISPIEL

An jedem Strang in einer Konfiguration nach Abbildung 5.3.1 sind drei Platten des Typs "3350" angeschlossen (Platten 1-3 an Strang 1; Platten 4-6 an Strang 2). Die mittlere Latenzzeit beträgt für alle Platten 8.335 ms. Jede Zentraleinheit hat drei Auftragsklassen mit einer Population von jeweils 10 Aufträgen in einer Klasse.

Als Beispiel soll hier eine Zweirechner-Konfiguration berechnet werden, bei der die Zentraleinheit A die Bedienanforderungen einer Auftragspopulation aus den Beispielen in Kapitel 5.1 und 5.2 verarbeiten soll, und zusätzlich die Zentraleinheit B nur auf zwei Platten des E/A-Subsystems zugreifen soll.

Die Bedienzeiten der Aufträge in den Zentraleinheiten sind in Tabelle 5.9 enthalten.

Tabelle 5.9: Bedienzeiten in den Zentraleinheiten

| Zentraleinh. | Klasse 1 | Klasse 2 | Klasse 3 |
|--------------|----------|----------|----------|
| A | 1 s | 0.1 s | 0.01 s |
| B | 0.5 s | 1 s | 0.5 s |

In Tabelle 5.10 sind die Eingabedaten für die Auftragsklassen aus Zentraleinheit A angegeben. Entsprechende Angaben über die Aufträge aus Zentraleinheit B sind in Tabelle 5.11 enthalten.

Tabelle 5.10: Eingabedaten für Zentraleinheit A

| Platte | Positionier- zeit (ms) | Datenüber- trag. (ms) | Rel. Ankunftsdaten | | |
|--------|---------------------------|--------------------------|--------------------|-------|-------|
| | | | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| 1 | 25 | 6.3 | .3 | .2 | .3 |
| 2 | " | 9 | .3 | .3 | .3 |
| 3 | " | 9 | .1 | .2 | .1 |
| 4 | " | 6 | .05 | .1 | .1 |
| 5 | " | 3 | .05 | .05 | .1 |
| 6 | " | 5 | .2 | .15 | .1 |

Tabelle 5.11: Eingabedaten für Zentraleinheit B

| Platte | Positionier- zeit (ms) | Datenüber- trag. (ms) | Rel. Ankunftsdaten | | |
|--------|---------------------------|--------------------------|--------------------|-------|-------|
| | | | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| 2 | 25 | 6 | .5 | .4 | .5 |
| 6 | " | 5.5 | .5 | .6 | .5 |

Die berechneten Ergebnisse für die Platten sind in Tabelle 5.12 und 5.13 enthalten.

Man erkennt, daß die E/A-Operationen von Zentraleinheit B durch die E/A-Operationen der Zentraleinheit A stark verzögert werden.

Tabelle 5.12: Ergebnisse für Zentraleinheit A

| Platte | TCSKA _i | TRPSA _i | Bedien- | Ausl.(%) | Wartezeit(ms) | | |
|--------|--|--------------------|----------|-------------|---------------|-------|-------|
| | (ms) | (ms) | zeit(ms) | der Platten | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| | (P _{1A} =0.2, P _{2A} =0.4, P _{1B} =0.3, P _{2B} =0.2) | | | | | | |
| 1 | 2.16 | 8.14 | 52 | 48.5 | 98 | 98 | 97 |
| 2 | 1.67 | 5.64 | 51 | 99.1 | 1875 | 1853 | 1847 |
| 3 | 2.24 | 8.58 | 55 | 27.3 | 76 | 75 | 75 |
| 4 | 2.19 | 8.28 | 55 | 17.9 | 67 | 66 | 66 |
| 5 | 2.25 | 8.61 | 55 | 14.2 | 65 | 65 | 64 |
| 6 | 1.90 | 6.77 | 52 | 74.4 | 196 | 195 | 195 |

Tabelle 5.13: Ergebnisse für Zentraleinheit B

| Platte | T_{CSKB_1} | $TRPSB_1$ | Bedien- | Ausl.(%) | Wartezeit(ms) | | |
|--------|--|-----------|----------|-------------|---------------|-------|-------|
| | (ms) | (ms) | zeit(ms) | der Platten | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 |
| | (P _{1A} =0.2, P _{2A} =0.4, P _{1B} =0.3, P _{2B} =0.2) | | | | | | |
| 2 | 1.96 | 7.05 | 50 | 99.1 | 1825 | 1835 | 1825 |
| 6 | 1.34 | 4.25 | 50 | 74.4 | 186 | 186 | 186 |

Die Auslastungen der Übertragungsbetriebsmittel sind in Tabelle 5.14 aufgelistet. Dabei wurden hier die Parameter P_{1A}, P_{2A}, P_{1B} und P_{2B} so angenommen, daß keine gleichmäßige Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel erzielt werden konnte.

Tabelle 5.14: Auslastungen der Übertragungsbetriebsmittel

| Betriebsmittel | Auslastung (%) |
|-------------------|---|
| | (P _{1A} =0.2, P _{2A} =0.4, P _{1B} =0.3, P _{2B} =0.2) |
| Strang-Kopf 1 | 25.18 |
| Strang-Kopf 2 | 10.59 |
| Kontrolleinheit 1 | 22.77 |
| Kontrolleinheit 2 | 13.01 |
| Kanal 1 } Konfig. | 17.98 |
| Kanal 2 } A | 7.07 |
| Kanal 1 } Konfig. | 4.79 |
| Kanal 2 } B | 5.94 |

6.0 ANWENDUNG DER MODELLE AUF REALE RECHNERKONFIGURATIONEN

Nachdem das Berechnungsverfahren vorgestellt wurde, soll nun ein Vergleich mit mehreren E/A-Konfigurationen vorgenommen werden.

Die für den Vergleich mit realen Konfigurationen notwendigen Meßwerte werden bei IBM-Rechnern von der "Resource Measurement Facility" (RMF) /IBM 2/ geliefert (s. u.).

Anhand eines konkreten Beispiels soll auf der Modellebene eine geänderte E/A-Konfiguration mit einer realen Arbeitslast berechnet werden. Durch einen Vergleich mit einer realen Konfiguration können die Einflüsse dieser Konfigurationsänderung analysiert werden.

6.1 MEßVERFAHREN

Um die Leistung und Auslastung der Betriebsmittel im laufenden Betrieb einer Rechanlage kontrollieren zu können, wurden die verschiedensten Meßverfahren für Rechanlagen (auch Monitore genannt) entwickelt.

Bei diesen Hard- und Software-Monitoren werden im allgemeinen zwei verschiedene Methoden angewendet, um den Zustand der interessierenden Größen zu ermitteln:

1.) Ereignis-gesteuerte Messung

Beim Auftreten wichtiger Systemereignisse wird der Monitor aktiviert, der dann die dem Ereignis zugehörigen Meßwerte registriert. Der Eigenverbrauch an Rechenzeit kann mit starker Systemaktivität sehr groß werden.

2.) Zeittakt-gesteuerte Messung

In bestimmten Zeitabständen wird der Systemzustand registriert und ausgewertet (measuring by sampling). Der Eigenverbrauch an Rechenzeit für dieses Verfahren kann mit Wahl der Zyklen ("Abtastzyklen"), in denen der Systemzustand aufgezeichnet wird, natürlich beträchtlich verringert werden. Wird dieser Zeitabstand jedoch zu groß gewählt, so führt dies

zu erheblichen Meßfehlern.

Der für die Messung verwendete Software-Monitor, die "Resource Measurement Facility" (RMF), liefert wichtige Leistungsgrößen über Platten, Trommeln und Kanäle eines Rechnersystems. In dieser RMF wird die zweite Methode (measuring by sampling) angewendet. Die Zykluszeit c der Abtastintervalle sowie die Gesamtmeßdauer T kann hierbei in bestimmten Grenzen frei gewählt werden ($0.05 \text{ s} \leq c \leq 10 \text{ s}$, $60 \text{ s} \leq T \leq 3600 \text{ s}$).

Während eines Abtastzeitpunktes wird der Belegungszustand der Platten und Trommeln aus den Betriebssystemkontrollblöcken (UCB) abgefragt und aufgezeichnet. Zusätzlich wird in jedem Abtastzeitpunkt die Belegung der Kanäle ermittelt. Aus den Warteschlangen der Platten und Trommeln innerhalb des Betriebssystems wird in den Abtastzeitpunkten die Anzahl der auf Bedienung wartenden E/A-Operationen für jede Platte ermittelt. Über Betriebssystemeigene Listen kann die Anzahl der E/A-Operationen je Platte im Meßintervall T gewonnen werden.

Die Auswertung der RMF-Messungen erfolgt außerhalb des Meßintervalls, um den Eigenverbrauch an Rechenzeit und E/A-Operationen im eigentlichen Meßzeitraum zu minimieren.

Die Leistungsgrößen werden folgendermaßen ermittelt:

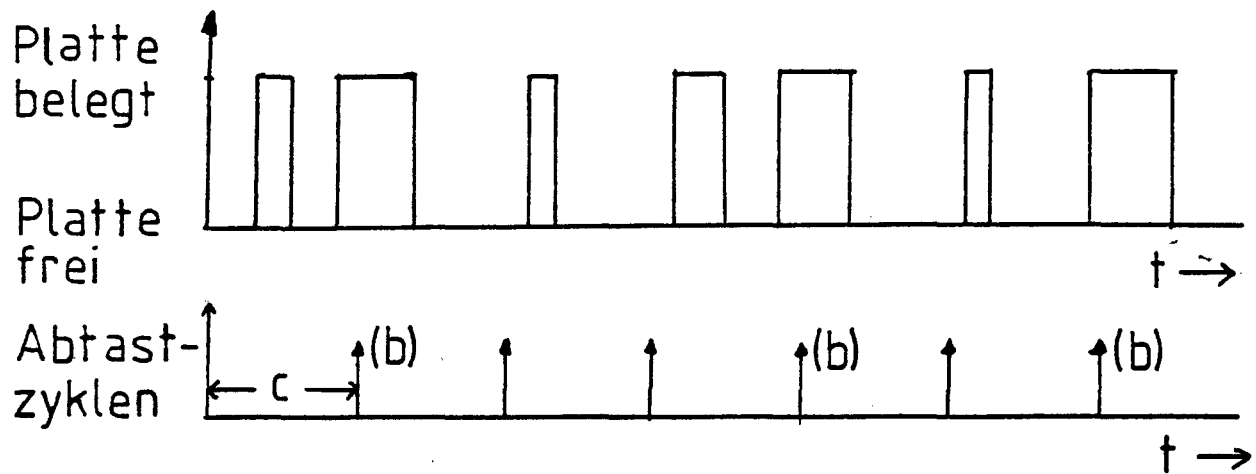
Die Rate X_D (E/A-Operationen pro Zeiteinheit) für eine Platte berechnet sich zu:

$$X_D = \frac{\text{Anzahl d. E/A-Oper.}}{T} \quad (6.1)$$

In einem Meßintervall T gilt für die Anzahl k der Abtastzeitpunkte:

$$k = T/c \quad (6.2)$$

Abbildung 6.1.1 soll den Vorgang bei der Messung der Auslastung U_D einer Platte verdeutlichen.



b : Abtastzeitpunkt, in dem eine Platte als belegt im UCB gekennzeichnet ist.

k' : Anzahl der Abtastintervalle im Meßintervall T , in denen eine Platte als belegt gekennzeichnet ist.

Abbildung 6.1.1: Belegung einer Platte in Abhängigkeit der Zeit

Damit gilt für U_D :

$$U_D = \frac{k'}{k} \quad (6.3)$$

Mit dieser Auslastung U_D berechnet sich die mittlere Bedienzeit S_D zu:

$$S_D = \frac{U_D}{X_D} \quad (6.4)$$

Aus der mittleren Warteschlangenlänge Q_D kann die mittlere Zeit Q_T berechnet werden, die ein E/A-Auftrag in der Warteschlange einer Platte verbringt.

$$Q_D = \frac{\text{Summe aller wartenden E/A-Oper. im Zeitintervall } T}{k} \quad (6.5)$$

Daraus berechnet sich über Littles Gleichung:

$$Q_T = \frac{Q_D}{X_D} \quad (6.6)$$

Für die Wartezeit eines E/A-Auftrags, gemäß der Definition in Kapitel 1, gilt:

$$T_D = Q_T + S_D \quad (6.7)$$

Diese Wartezeit T_D enthält außer der mittleren Zeit, die ein E/A-Auftrag in der Warteschlange verbringt noch die mittlere Bedienzeit eines E/A-Auftrages in der Platte.

Weiterhin wird die Auslastung und die mittlere Datenübertragungszeit auf den Kanälen mit ähnlichen Methoden ermittelt. Die Anzahl der E/A-Operationen auf den Kanälen kann ebenfalls durch Listen innerhalb des Betriebssystems bestimmt werden.

Angaben über die Auslastung der Kontrolleinheiten werden von der RMF nicht geliefert, da das String-Switch-Verfahren die Datenübertragung zu einer Platte über verschiedene Kontrolleinheiten möglich macht. Ebenso kann die Positionierzeit der S/L-Köpfe nicht mit der RMF bestimmt werden.

Nach /GÜRI 82/ beträgt der relative Fehler R der berechneten Auslastung aus Gleichung (6.3):

$$R = \frac{\sigma_{U_D}^2}{(U_D)^2} = \frac{1 - U_D}{U_D} \cdot \frac{1 + g}{T(1 - g)} \quad (6.8)$$

mit $g = \exp(-c/S_D - cU_D/(1 - U_D)S_D)$

$\sigma_{U_D}^2$: Varianz der gemessenen Auslastung U_D
 Für $c \geq 100$ ms, $S_D = 100$ ms und $U_D < 0.3$ ist $g = 0$.

Der relative Fehler ist also proportional zur Zykluszeit c und umgekehrt proportional zur Meßdauer T . Zusätzlich geht hier noch die Auslastung U_D der Platte mit in die Genauigkeit der Berechnung ein. Je höher die Auslastung einer Platte ist, desto geringer wird also auch der relative Fehler der berechneten Auslastung U_D dieser Platte.

In allen Messungen, die in diesem Kapitel verwendet werden, beträgt die Zykluszeit $c = 1$ Sekunde sowie die Gesamtmeßdauer $T = 1$ Stunde.

6.2 VERGLEICH MIT EINER EINPROZESSOR-KONFIGURATION

6.2.1 KONFIGURATION

Abbildung 6.2.1 zeigt das Prinzipbild der hier betrachteten Einprozessor-Konfiguration.

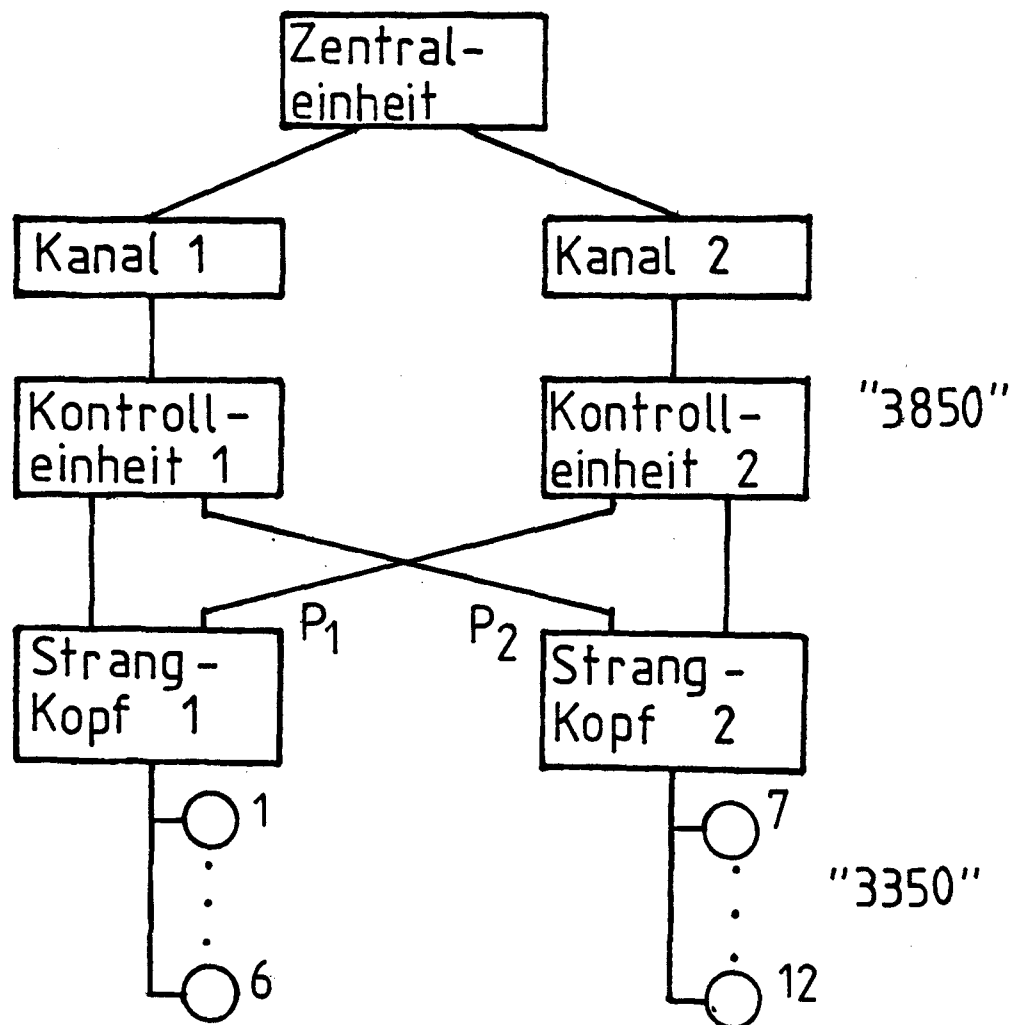


Abbildung 6.2.1: E/A-Subsystem einer Einprozessor-Konfiguration

An jeden Strang sind sechs Platten vom Typ "3350" angeschlossen. Das zugehörige Warteschlangennetzwerk ist in Abbildung 6.2.2 enthalten.

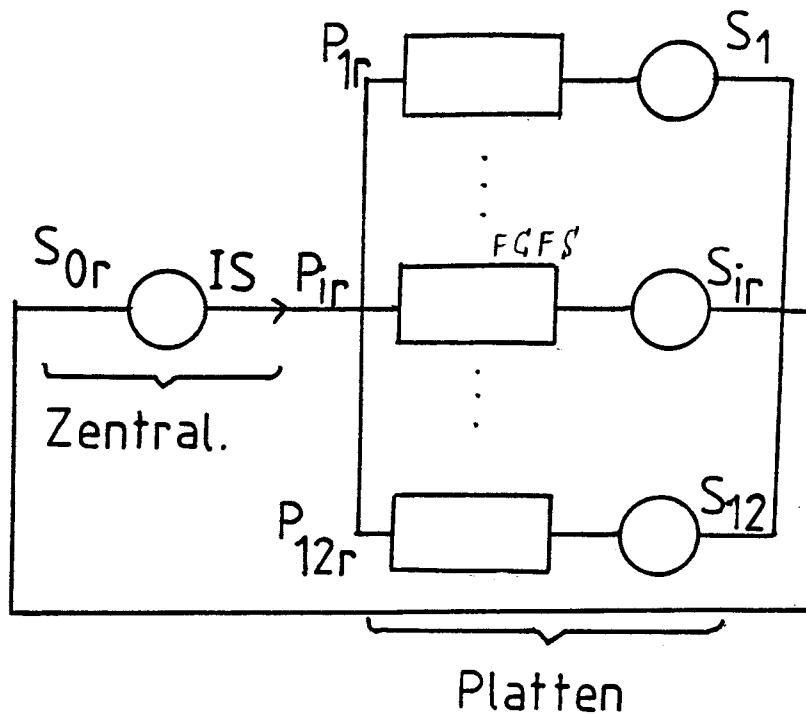


Abbildung 6.2.2: Warteschlangennetzwerk für eine Einprozessor-Konfiguration nach Abbildung 5.2.1

Gemessen und modelliert wurde zunächst die Konfiguration ohne String-Switch-Verfahren, d.h. der Zugriff zu den Plattensträngen erfolgte ausschließlich mit dem Alternate-Channel-Verfahren. Danach wird der Fall mit Alternate-Channel- und String-Switch-Verfahren betrachtet.

6.2.2 EINPROZESSOR-KONFIGURATION MIT ALTERNATE-CHANNEL-VERFAHREN

Um das Berechnungsverfahren aus Kapitel 5 anwenden zu können, müssen die Auftragspopulation, die Bedienzeiten der Auftragsklassen in der Zentraleinheit, die relativen Ankunftsraten, die Übergangswahrscheinlichkeiten von den Kontrolleinheiten zu den Strang-Köpfen P_1 und P_2 sowie die Summen aus mittlerer Positionierzeit, mittlerer Latenzzeit und mittlerer Datenübertragungszeit aller Platten bekannt sein.

Die RMF-Messungen liefern die Gesamtzahl aller Aufträge an die Platten des E/A-Subsystems in dem Beobachtungszeitraum. Das ergibt den Durchsatz X von Aufträgen zwischen dem E/A-Subsystem und dem Rest des Rechnersystems, der in dem Modell zu einem Warteraum mit IS-Zuteilungsdisziplin zusammengefaßt ist.

Für das Warteschlangennetzwerk wurde nun eine Auftragspopulation

N und eine Bedienzeit S_{0r} für den IS-Warteraum so gewählt, daß sich der geforderte Durchsatz X einstellt.

Von der RMF wurde ein Durchsatz von $X=31.4$ E/A-OP./s gemessen. In diesem Fall wurde eine Auftragspopulation mit einer einzigen Auftragsklasse ($R=1$) gewählt. Diese Annahme mußte hier getroffen werden, da keine Aufträge im Meßzeitraum bekannt waren, die nur auf eine einzige Platte oder auf einen bestimmten Satz an Platten zugriffen.

Folgende Größen wurden für die Berechnung gewählt:

$R=1$: 1 Auftragsklasse

$N=9$: Population dieser Auftragsklasse

$S_{0r}=0.25$ s: Mittlere Bedienzeit in der Zentraleinheit

Die relativen Ankunftsrate V_{ir} bzw. die Übergangswahrscheinlichkeiten P_{ir} der E/A-Aufträge von der Zentraleinheit zu den Platten werden aus der Anzahl der E/A-Operationen der einzelnen Platten gewonnen. Da auch die mittlere Positionierzeit der S/L-Köpfe nicht gemessen werden kann, werden für diese Größen Schätzwerte eingesetzt. Der Standardmittelwert (Definition siehe Kapitel 3) kann hier nicht eingesetzt werden, weil die mittlere Positionierzeit stark abhängig ist von der Art und der Anzahl der im Rechner befindlichen Programme. E/A-intensive Programme oder rechenintensive Programme können die mittlere Positionierzeit im Meßintervall stark ansteigen oder sehr gering werden lassen. Tabelle 6.1 enthält die eingesetzten Positionierzeiten sowie die aus der RMF berechneten relativen Ankunftsrate für jede der zwölf Platten.

Tabelle 6.1: Mittlere Positionierzeit der S/L-Köpfe

| Platte | mittlere Pos.-zeit. (ms) | rel. Ankunftsrate |
|--------|--------------------------|-------------------|
| 1 | 4.7 | 0.211 |
| 2 | 7.4 | 0.284 |
| 3 | 7.9 | 0.055 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 5.4 | 0.037 |
| 6 | 0 | 0.68 |
| 7 | 4.4 | 0.033 |
| 8 | 0 | 0 |
| 9 | 10 | 0.022 |
| 10 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 |
| 12 | 7.4 | 0.288 |

Aus der RMF-Messung wurde eine mittlere Datenübertragungszeit von 6.3 ms ermittelt.

Da nur das Alternate-Channel-Verfahren zugelassen ist, wurden P_1 und P_2 zu Null gesetzt.

Mit den oben angegebenen Eingabewerten wurde die Berechnung entsprechend der Beschreibung in Kapitel 5 durchgeführt. Die folgenden Tabellen enthalten die Ergebnisse dieser Berechnung (ber.) im Vergleich mit den Meßwerten (gem.) sowie den relativen Fehler (in Prozent) (rel. F.).

Tabelle 6.2: Vergleich von Berechnung mit Messung einer E/A-Konfiguration mit Alternate-Channel-Verfahren

| Platte | Bedienzeit (ms) | | | Wartezeit (ms) | | | Auslastung (%) | | |
|--------|-----------------|------|---------|----------------|------|---------|----------------|------|---------|
| | gem. | ber. | rel. F. | gem. | ber. | rel. F. | gem. | ber. | rel. F. |
| 1 | 22 | 22 | 0 | 28.1 | 26 | 7.5 | 15.0 | 14.7 | 2.0 |
| 2 | 23 | 24 | 4.3 | 29.7 | 30 | 1.0 | 21.3 | 21.8 | 2.3 |
| 3 | 26 | 26 | 0 | 26 | 28 | 7.7 | 4.5 | 4.6 | 7.2 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 24 | 24 | 0 | 24 | 25 | 4.2 | 2.9 | 2.8 | 4.4 |
| 6 | 33 | 34 | 3.0 | 33 | 36 | 9.0 *) | 7.2 | 7.3 | 1.5 |
| 7 | 20 | 20 | 0 | 20 | 21 | 8.0 | 2.1 | 2.1 | 0.5 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 26 | 26 | 0 | 26 | 26 | 0 | 1.9 | 1.8 | 3.2 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 23 | 22 | 4.3 | 6.2 | 27 | 25.4 *) | 21.0 | 20.0 | 4.9 |

*) starke Abweichungen

Tabelle 6.3: Berechnete RPS-Verzögerungszeit bei der Übertragung

| Platte | $TCSS_i$ (ms) | $TRPS_i$ (ms) |
|--------|---------------|---------------|
| 1 | 0.6 | 1.7 |
| 2 | 0.5 | 1.5 |
| 3 | 0.8 | 2.5 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 0.8 | 2.6 |
| 6 | 0.8 | 2.5 |
| 7 | 0.3 | 0.8 |
| 8 | 0 | 0 |
| 9 | 0.3 | 0.8 |
| 10 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 |
| 12 | 0.05 | 0.13 |

Tabelle 6.4: Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel

| Betriebsmittel | Auslastung (%) | | |
|-------------------|----------------|-------|----------------|
| | gem. | ber. | rel. Fehler(%) |
| Strang-Kopf 1 | 14.25 | 14.35 | 0.7 |
| " " 2 | 4.97 | 4.94 | 0.6 |
| Kontrolleinheit 1 | 14.25 | 14.35 | 0.7 |
| " " 2 | 4.97 | 4.94 | 0.6 |
| Kanal 1 | 14.25 | 14.35 | 0.7 |
| " 2 | 4.97 | 4.94 | 0.6 |

Beim Alternate-Channel-Verfahren ist die Auslastung der Strangköpfe gleich der Auslastung der Kanäle und Kontrolleinheiten, die einen Strang mit der Zentraleinheit verbinden.

Starke Abweichungen der Wartezeiten sind bei den Platten 6 und 12 zu beobachten (Tabelle 5.2). In der Konfiguration der KFA ist auf Platte 6 der "Checkpoint-Dataset" im Festkopfbereich abgelegt (mittl. Positionierzeit: 0). Bei einem Zugriff zu dieser Platte besteht im Betriebssystem MVS/SP die Möglichkeit, mehrere Datenübertragungen in einer E/A-Operation aneinanderzuketten /PAAN 82/. Die Anzahl der Datenübertragungen je E/A-Operation zu dieser Platte ist eine Funktion der Belastung des E/A-Subsystems und keineswegs konstant. Dieses Verhalten kann von dem Modell nicht berücksichtigt werden und führt folglich zu Fehlern.

Auf Platte 12 ist in der KFA-Konfiguration die Spool-Datei abgelegt, die von der Betriebssystemkomponente JES2 benutzt wird. Das Zugriffsverfahren dieser Komponente zu den Platten ist anders als das Verfahren, das in Kapitel 3 beschrieben wurde. Daher entstehen die großen Abweichungen.

Außer den genannten Platten 6 und 12 erhält man bei den Wartezeiten und anderen Größen relative Abweichungen, die unter 9 % Prozent liegen.

6.2.3 EINPROZESSOR-KONFIGURATION MIT STRING-SWITCH-VERFAHREN UND ALTERNATE-CHANNEL-VERFAHREN

Auch für diese Konfiguration muß eine Auftragspopulation N im Zusammenhang mit einer mittleren Bedienzeit S_{0r} in der Zentraleinheit gewählt werden, um die gemessene Ankunftsrate X an E/A-Operationen im Meßzeitraum ($X=64.4$ E/A-Op./s) zu erzielen.

Folgende Größen wurden angenommen:

$R=2$: 2 Auftragsklassen

$N_1=5, N_2=1$: Populationen der Klassen

$S_{01}=0.061s, S_{02}=0.04s$: Bedienzeiten der Auftragsklassen in der Zentraleinheit

In Tabelle 6.5 sind die mittleren Positionierzeiten der S/L-Köpfe der Platten sowie die relativen Ankunftsraten der Auftragsklassen

enthalten.

Tabelle 6.5: Mittl. Pos.-z. d. S/L-Köpfe u. rel. Ankunfts-r.

| Platte | mittlere Pos.-zeit. (ms) | rel. Ankunfts-raten | |
|--------|--------------------------|---------------------|----------|
| | | Klasse 1 | Klasse 2 |
| 1 | 9.7 | 0.241 | 0 |
| 2 | 6.7 | 0.375 | 0 |
| 3 | 13.7 | 0.033 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1.8 | 0.018 | 0 |
| 6 | 0 | 0.063 | 0 |
| 7 | 3.8 | 0.034 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 3.8 | 0.007 | 0 |
| 10 | 3.8 | 0 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 7.4 | 0.228 | 0 |

Zwei Auftragsklassen wurden hier für die Auftragspopulation angenommen, da die Platte 10 nur von einem einzigen Auftrag des Rechnersystems im Meßintervall benutzt wurde. Deshalb gilt hier $N_2=1$ und $V_{10r}=1$ für $r=2$. Die Datenübertragungszeit betrug bei dieser Messung 7 ms.

Die Tabellen 6.6 - 6.8 enthalten die Ergebnisse der Berechnung im Vergleich mit den Meßwerten, sowie den relativen Fehler (in Prozent).

Tabelle 6.6: Vergleich von Berechnung mit Messung einer E/A-Konfiguration mit Altern.-Ch.- und String-Sw.-Verfahren

| Platte | Bedienzeit (ms) | | | Wartezeit (ms) | | | Auslastung (%) | | |
|--------|-----------------|------|---------|----------------|------|---------|----------------|------|---------|
| | gem. | ber. | rel. F. | gem. | ber. | rel. F. | gem. | ber. | rel. F. |
| 1 | 32 | 33 | 3.1 | 51.0 | 47 | 7.8 | 37.8 | 37.5 | 0.8 |
| 2 | 25 | 27 | 8.0 | 47.9 | 45 | 6.1 | 46.4 | 48.3 | 4.1 |
| 3 | 39 | 40 | 2.6 | 45.3 | 42 | 7.3 | 6.3 | 6.2 | 1.6 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 27 | 28 | 3.7 | 27 | 29 | 7.4 | 2.4 | 2.4 | 1.6 |
| 6 | 53 | 53 | 0 | 56.6 | 60 | 6.0 | 16.1 | 15.7 | 2.4 |
| 7 | 25 | 26 | 4 | 25 | 27 | 8.0 | 4.2 | 4.2 | 0.5 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 28 | 27 | 3.6 | 28 | 27 | 3.6 | 1.1 | 0.9 | 16.7 |
| 10 | 22 | 22 | 0 | 24.4 | 22 | 9.8 | 37.1 | 36.0 | 2.9 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 32 | 32 | 0 | 73.0 | 45 | 38.4 *) | 35.6 | 34.8 | 2.1 |

*) starke Abweichungen

Tabelle 6.7: Berechnete RPS-Verzögerungszeit bei der Übertragung

| Platte | T_{CSS_i} (ms) | T_{RPS_i} (ms) |
|--------|------------------|------------------|
| 1 | 1.58 | 4.86 |
| 2 | 1.29 | 3.78 |
| 3 | 2.02 | 6.78 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 2.05 | 6.92 |
| 6 | 1.96 | 6.48 |
| 7 | 1.44 | 4.32 |
| 8 | 0 | 0 |
| 9 | 1.49 | 4.55 |
| 10 | 0.74 | 1.99 |
| 11 | 0 | 0 |
| 12 | 1.0 | 2.78 |

Tabelle 6.8: Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel

| Betriebsmittel | Auslastung (%) | | |
|----------------|----------------|------|-----------------|
| | gem | ber. | rel. Fehler (%) |
| Kanal 1 | 24.3 | 22.1 | 9.3 |
| " 2 | 24.1 | 22.0 | 8.5 |

Um eine gleichmäßige Auslastung der Kanäle im Modell zu erzielen, wurden für die Parameter P_1 und P_2 folgende Annahmen getroffen:

$$P_1=0.0821, P_2=0$$

Der relative Fehler bei den Wartezeiten für E/A-Aufträge in Platte 12 (Spool-Platte) ist auch in diesem Vergleich sehr hoch, so daß angenommen werden muß, daß hier Einflüsse eine Rolle spielen, die von dem Modell nicht erfaßt werden.

Dennoch kann mit den getroffenen Annahmen für alle anderen Platten eine Übereinstimmung zwischen Meß- und Modellwerten erzielt werden, die 10 % nicht überschreitet.

6.3 KONFIGURATIONSÄNDERUNGEN

In einer Einprozessor-Konfiguration nach Kapitel 6.2.2 ohne String-Switch-Verfahren (also $P_1=P_2=0$) sollen die Platten vom Typ "3350" durch Platten vom Typ "3380" ersetzt werden. Diese neue Konfiguration soll für die gleiche Arbeitslast wie in Kapitel 6.2.2 berechnet werden. Anhand der Modellergebnisse kann ein Vergleich der Leistungen beider E/A-Subsysteme durchgeführt werden.

Für die Zugriffe der E/A-Operationen zu diesen Platten ändern

sich unter der Voraussetzung, daß die Konfiguration vom Betriebssystem MVS/SP gesteuert wird, folgende Größen:

- Die Datenübertragungsrate beträgt statt 1.2 MByte/s nun 3.0 Mbyte/s.
- Die Positionierzeit der S/L-Köpfe ist bei "3380" Platten um ein Drittel kleiner als bei Platten des Typs "3350".

Nach /FRIE 81/ beträgt auch die Protokollzeit statt bisher 2.06 ms nun 1.48 ms bei jeder Datenübertragung. Aufgrund dieser Verbesserungen kann die Datenübertragungszeit für eine Arbeitslast aus Kapitel 6.2.2 von bisher 6.3 ms auf 3.2 ms gesenkt werden.

Für eine Auftragspopulation nach Kapitel 6.2.2 soll diese neue Konfiguration berechnet werden. Die relativen Ankunftsrate der Auftragspopulation sind in Tabelle 6.1 angegeben. Die mittleren Positionierzeiten für die neuen Platten sind in Tabelle 6.9 enthalten.

Tabelle 6.9: Mittlere Positionierzeiten der S/L-Köpfe bei "3380" Platten bei einem Workload nach Kapitel 6.2.2

| Platte | Mittl. Positionierzeit der S/L-Köpfe (ms) |
|--------|---|
| 1 | 2.56 |
| 2 | 4.3 |
| 3 | 4.48 |
| 4 | 0 |
| 5 | 2.56 |
| 6 | 0 |
| 7 | 2.4 |
| 8 | 0 |
| 9 | 5.76 |
| 10 | 0 |
| 11 | 0 |
| 12 | 4.3 |

In den Tabellen 6.10 und 6.11 sind die Ergebnisse der Berechnung enthalten.

Tabelle 6.10: Ergebnisse für die E/A-Operationen

| Platte | Bedienzeit(ms) | Wartezeit(ms) | Ausl.(%) | T _{CSS_i} (ms) | T _{RPS_i} (ms) |
|--------|----------------|---------------|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 15 | 17 | 10.8 | 0.16 | 0.84 |
| 2 | 17 | 20 | 16.0 | 0.13 | 0.70 |
| 3 | 18 | 18 | 3.3 | 0.21 | 1.16 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 16 | 16 | 2.0 | 0.22 | 1.19 |
| 6 | 27 | 28 | 6.1 | 0.20 | 1.12 |
| 7 | 15 | 15 | 1.6 | 0.11 | 0.58 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 18 | 18 | 1.3 | 0.11 | 0.6 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 16 | 19 | 15.4 | 0.019 | 0.10 |

Tabelle 6.11: Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel

| Betriebsmittel | Auslastung (%) |
|-------------------|----------------|
| Strang-Kopf 1 | 7.08 |
| " " 2 | 3.71 |
| Kontrolleinheit 1 | 7.08 |
| " 2 | 3.71 |
| Kanal 1. | 7.08 |
| " 2 | 3.71 |

Wie erwartet ist die Bedienzeit und damit die Wartezeit für E/A-Aufträge bei den Platten durch die besseren Eigenschaften der "3380" Platten geringer geworden. Durch die geringe Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel ist die RPS-Verzögerung sowie die Verzögerung der Übertragung der Kanalkommandoworte gesenkt worden und die Wartezeit insgesamt geringer. Durch die Konfigurationsänderung kann also bei gleicher Auftragslast eine Reduzierung der Wartezeit eines E/A-Auftrags erreicht werden.

Tabelle 6.12 enthält einen Vergleich der Wartezeit jeder Platte bei gleicher Auftragspopulation.

Tabelle 6.12: Vergleich der Wartezeiten (ms)

| Platte | "3350" | "3380" |
|--------|--------|--------|
| 1 | 26 | 17 |
| 2 | 30 | 20 |
| 3 | 28 | 18 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 25 | 16 |
| 6 | 36 | 28 |
| 7 | 21 | 15 |
| 8 | 0 | 0 |
| 9 | 26 | 18 |
| 10 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 |
| 12 | 27 | 19 |

Mit dieser Konfigurationsänderung kann der Durchsatz der

E/A-Operationen gesteigert werden, wenn man die Wartezeit der Konfiguration mit "3350" Platten beibehält.

6.4 MEHRRECHNER-KONFIGURATIONEN

Ähnlich wie in Kapitel 6.2 soll nun ein Vergleich zwischen Meß- und Modellwerten einer Zweirechner-Konfiguration mit gemeinsam benutzten Platten durchgeführt werden.

6.4.1 KONFIGURATION

Eine lose-gekoppelte Zweirechner-Konfiguration ist in der KFA installiert.

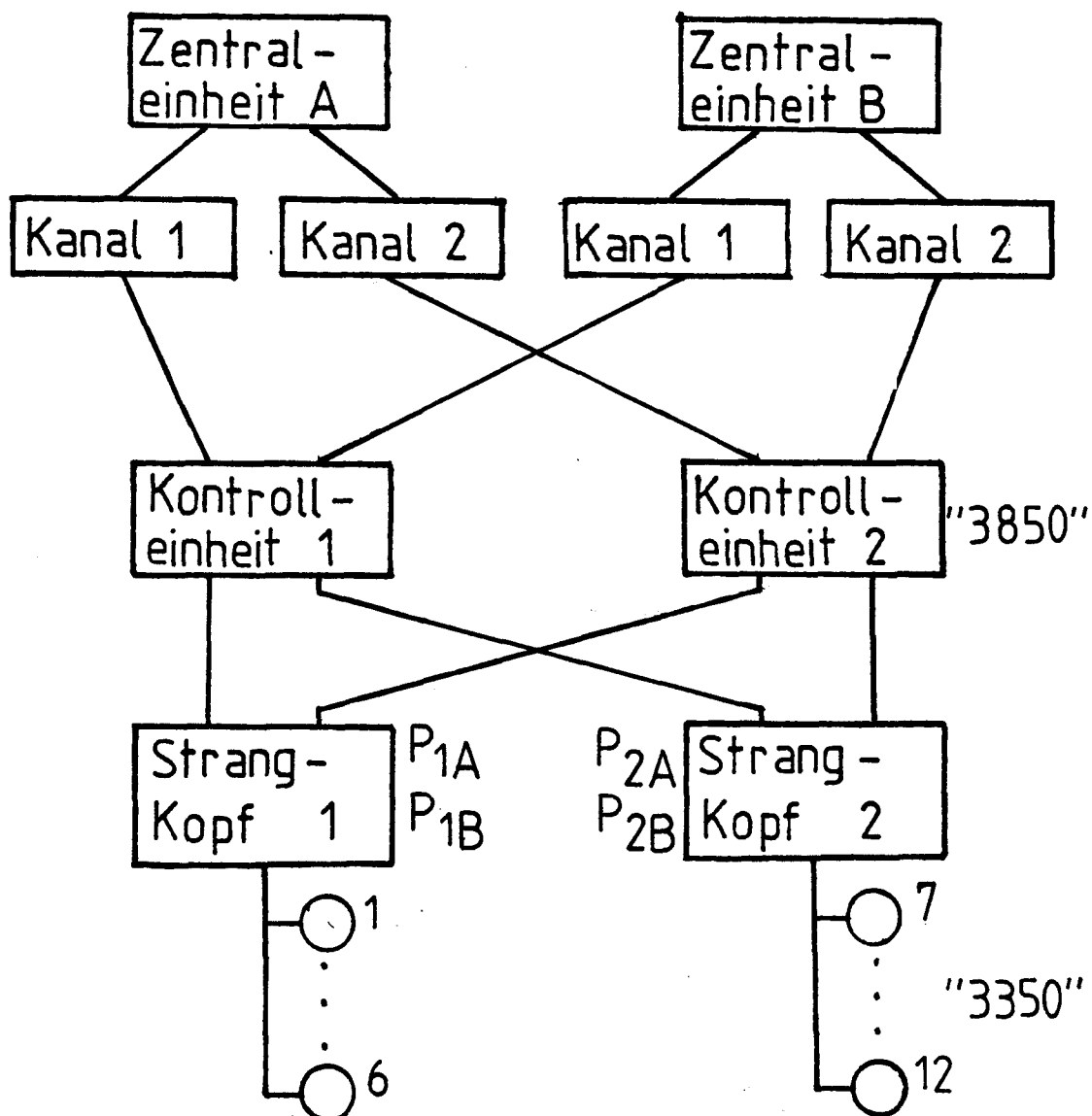


Abbildung 6.4.1: Zweirechner-Konfiguration

Abbildung 6.4.1 zeigt das Prinzipbild dieser Zweirechner-Konfiguration. Hier benutzen zwei Zentraleinheiten vom Typ "3033" zwei Plattenstränge, mit jeweils sechs Platten, gemeinsam ("shared DASD").

6.4.2 VERGLEICH MIT MESSUNG

Da auch hier für jede Konfiguration nur die Ankunftsrate der E/A-Aufträge jeder Zentraleinheit aus den RMF-Messungen bekannt sind, muß auch hier für jede Zentraleinheit eine Auftragspopulation zusammen mit einer Bedienzeit in der Zentraleinheit (S_{0rA} , S_{0rB}) gewählt werden.

Zur Modellbildung wurden für jede Zentraleinheit jeweils eine Auftragsklasse angenommen, da aufgrund der Meßwerte nicht mehr Auftragsklassen unterschieden werden konnten.

Folgende Ankunftsrate X_A wurde in Zentraleinheit A gemessen:

$X_A = 33.97$ E/A-Op./s

Dazu wurden folgende Werte gewählt, um die gemessene Rate zu erzielen:

$R_A = 1$

$N_{1A} = 13$

$S_{0rA} = 0.3$ s

Für Zentraleinheit B gilt:

$X_B = 23.59$ E/A-Op./s

$R_B = 1$

$N_{1B} = 11$

$S_{0rB} = 0.42$ s

Tabelle 6.13 enthält die relativen Ankunftsrate der Auftragsklassen aus den beiden Zentraleinheiten, die auch hier durch die Anzahl der E/A-Operationen berechnet wurden sowie die angenommenen mittleren Positionierzeiten.

Tabelle 6.13: Relative Ankunftsrate und angenommene mittlere
Positionierzeiten

| Platte | Mittl. Position. (ms) | | rel. Ankunftsrate | |
|--------|-----------------------|------|-------------------|-------|
| | A | B | A | B |
| 1 | 22.4 | 0 | 0.253 | 0.034 |
| 2 | 10.4 | 0 | 0.393 | 0.265 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0.09 |
| 4 | 0 | 13.4 | 0 | 0.199 |
| 5 | 35.6 | 0 | 0.026 | 0.004 |
| 6 | 0 | 0 | 0.027 | 0.09 |
| 7 | 14.4 | 0 | 0.117 | 0.02 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 14.4 | 11.3 | 0.025 | 0.032 |
| 10 | 11.4 | 0 | 0.04 | 0 |
| 11 | 0 | 5.4 | 0 | 0.02 |
| 12 | 14.4 | 7.4 | 0.118 | 0.244 |

Um eine gleichmäßige Auslastung der Übertragungsbetriebsmittel zu erzielen werden für die Berechnung folgende Übergangswahrscheinlichkeiten zugrunde gelegt:

$$P_{1A}=0.29$$

$$P_{1B}=0.27$$

$$P_{2A}=P_{2B}=0$$

Wird mit diesen Annahmen ein Vergleich zwischen Meßwerten und Berechnungsergebnissen durchgeführt, so erkennt man an den folgenden Tabellen, daß sowohl für die Bedienzeiten als auch für die Wartezeiten nicht einmal eine annähernde Übereinstimmung erzielt werden kann.

Tabelle 6.14: Vergleich von Ergebnissen aus Berechnung mit
Meßwerten von Zentraleinheit A

| Platte | Bedienzeit (ms) | | Wartezeit (ms) | | Auslastung (%) | |
|--------|-----------------|------|----------------|--------|----------------|------|
| | gem. | ber. | gem. | ber. | gem. | ber. |
| 1 | 54 | 55 | 100.4 | 101 | 47.2 | 46.7 |
| 2 | 40 | 40 | 84.4 | 115 *) | 54.42 | 52.9 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 69 | 67 | 69 | 71 | 6.14 | 5.8 |
| 6 | 95 | 88 | 261.5 | 104 *) | 8.64 | 7.9 |
| 7 | 33 | 32 | 40.6 | 37 | 13.36 | 12.7 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 33 | 33 | 33 | 35 | 2.84 | 2.7 |
| 10 | 30 | 30 | 31 | 31 | 4.14 | 4.0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 32 | 31 | 42 | 42 | 12.86 | 12.4 |

Tabelle 6.15: Vergleich von Ergebnissen aus Berechnung mit
Meßwerten von Zentraleinheit B

| Platte | Bedienzeit (ms) | | Wartezeit (ms) | | Auslastung (%) | |
|--------|-----------------|------|----------------|-------|----------------|------|
| | gem. | ber. | gem. | ber. | gem. | ber. |
| 1 | 19 | 28 | 291.3 | 54 *) | 1.67 | 2.3 |
| 2 | 25 | 26 | 114.4 | 75 *) | 16.02 | 15.9 |
| 3 | 31 | 31 | 49.6 | 32 *) | 6.80 | 6.5 |
| 4 | 45 | 44 | 74.9 | 54 *) | 21.33 | 20.4 |
| 5 | 21 | 31 | 21 | 33 *) | 0.22 | 0.3 |
| 6 | 32 | 36 | 97.5 | 42 *) | 7.0 | 7.6 |
| 7 | 14 | 17 | 14 | 20 *) | 7.2 | 8.0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 30 | 30 | 30 | 31 | 2.33 | 2.2 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 25 | 24 | 25 | 24 | 1.22 | 1.1 |
| 12 | 25 | 24 | 78.8 | 32 *) | 14.55 | 13.8 |

*) starke Abweichungen

Auffallend ist, daß vor allem die berechneten Werte für die Zentraleinheit B erheblich von den Meßwerten abweichen. Die Ursache hierfür liegt in dem Betriebssystem MVS/SP bei lose gekoppelten Mehrrechner-Konfigurationen. Es ist möglich, daß in einer Mehrrechner-Konfiguration unter MVS/SP eine Zentraleinheit bestimmte Platten nur für sich auf bestimmte Zeit reservieren kann. Innerhalb eines solchen Reservierungsintervalls kann das andere System nicht auf die betreffenden Platten zugreifen.

Aus den Tabellen 6.13 zusammen mit dem Durchsatz X_A und X_B geht hervor, daß die Zentraleinheit A häufiger Zugriffe auf die Platten des E/A-Subsystems macht als die Zentraleinheit B. Deshalb ist die Wahrscheinlichkeit größer, daß die Platten von der Zentraleinheit A reserviert werden als durch die Zentraleinheit B. Die E/A-Operationen der Zentraleinheit B erfahren also häufiger durch die Reservierungen der Zentraleinheit A Verzögerungen. Hier ist der Grund für die Fehler in Tabelle 6.15 zu suchen.

Die Dauer dieser Reservierungen kann durch die RMF-Messungen ermittelt werden. In der hier verwendeten Messung dauerten die Reservierungszeiten bestimmter Platten bis zu 0.5 s an. Dieser Effekt kann mit diesem Modell nicht erfaßt werden.

7.0 ABSCHLIEßENDE DISKUSSION

Der Vergleich der Modell-Rechnung mit den Messungen an der in der KFA installierten Großrechner-Konfiguration zeigt, daß nicht alle Einflüsse der Hard- und Software-Komponenten berücksichtigt werden.

Im allgemeinen ist es sehr schwierig, Modelle dieser Art mit realen Rechner-Konfigurationen zu vergleichen. Die Modellvoraussetzungen, etwa die statistische Unabhängigkeit der E/A-Operationen oder die exponentiell verteilten Datenübertragungs- und Bedienzeiten, werden in realen Rechnersystemen stets verletzt. Vor allem das Fehlen der genauen mittleren Positionierzeiten der S/L-Köpfe der Platten im Meßzeitraum bereitet Schwierigkeiten bei einem Vergleich zwischen Meß- und Modellwerten.

Weiterhin können nicht alle Betriebssystemkomponenten bis in die letzten Einzelheiten analysiert und in das Modell eingebaut werden. Zusätzlich konnte mit dem hier verwendeten Software-Monitor keine Auftragspopulation für das E/A-Subsystem ermittelt werden, um innerhalb der E/A-Operationen nach verschiedenen Auftragsklassen zu unterscheiden.

Dennoch kann für Einprozessor-Konfigurationen eine relativ gute Übereinstimmung zwischen Modell- und Meßwerten erzielt werden.

Bei Mehrrechner-Konfigurationen wird der Einfluß der Reservierungen nicht mit in das Modell einbezogen. Die dadurch entstehenden Fehler machen das Modell für E/A-Subsysteme von Mehrrechner-Konfigurationen unter dem Betriebssystem MVS unbrauchbar. Die Lösungsverfahren von Warteschlangennetzwerken können Reservierungen von Bedienstationen durch eine Auftragsklasse nicht berücksichtigen.

8.0 LITERATURVERZEICHNIS

- /BASK 75/ Baskett F., Chandy K. M., Muntz R. R., Palacios F. G.
Open, Closed, and Mixed Networks of Queues with
Different Classes of Customers
J. ACM, 22 (1975) 248-260
- /BRAN 82/ Brandwajn A.
DASD Subsystem Modelling
Computer Performance, 3 (1982) 40-44
- /BRUE 80/ Bruell S. C., Balbo G.
Computational Algorithms for Closed Queueing Networks
Elsevier North Holland 1980
- /BURK 56/ Burke P. J.
The Output of a Queueing System
Operational Research, 6 (1956) 699-704
- /BUZE 73/ Buzen J. P.
Computational Algorithm for Closed Queueing Networks
with Exponential Servers
Comm. ACM, 16 (1973) 522-531
- /BUZE 78/ Buzen J. P., Denning B. J.
The Operational Analysis of Queueing Network Models
Computing Surveys, 10 (1978) 225-261
- /CHAN 75/ Chandy K. M., Herzog U., Woo L.
Parametric Analysis of Queueing Networks
IBM J. Res. Dev., 19 (1975) 36-42

- /CHAN 81/ Chandy K. M., Neuse D.
SCAT: A Heuristic Algorithm for Queueing Network
Models of Computing Systems
SIGMETRICS, 10 (1981) 59-79
- /FRIE 81/ Friesenborg S. E.
DASD Path and Device Contention Considerations
IBM Washington Systems Center, GG22-9217-00 (1981)
- /GÜRI 82/ Gürich W.
Resource and Capacity Measurement
SEAS AM, 1 (1982) 51-77
- /IBM 1/ Reference Manual for
IBM 3830
Storage Control Model 2
IBM GA26-1617-4
- /IBM 2/ OS/VS2 MVS Resource Measurement
Facility (RMF)
Reference and User's Guide
IBM SC28-0922-4
- /JACK 57/ Jackson J. R.
Networks of Waiting Lines
Operation Research, 15 (1957) 518-521
- /KLEI 75/ Kleinrock L.
Queueing Systems 1
John Wiley & Sons, New York 1975
- /LAZO 82/ Lazowska E. D., Jacobson P. A.
Analysing Queueing Networks with Simultaneous Resource
Possession
Comm. ACM, 2 (1982) 142-151

/LITT 61/ Little J. D. C.

A Proof of the Queueing Formula $L=\lambda W$
Operation Research, 9 (1961) 383-387

/MITR 80/ Mitrani I., Gelenbe E.

Analysis and Synthesis of Computer System Models
Academic Press, London 1980

/PAAN 82/ Paans R.

An Accurate Model for MVS Disk I/O
Proceedings of ECOMA 10, (1982) 225-234

/RAFF 79/ Raffi A.

Effects of Channel Blocking Point on the
Performance of Shared Disk Pack in a Multi-Computer
System
Conf. Sim., Meas. and Mod. of Comp. Syst. (1979), 83-87

/REIS 80/ Reiser M., Lavenberg S. S.

Mean-Value-Analysis of Closed Multichain Queueing
Networks
J. ACM, 27 (1980) 313-322

/SAUE 81/ Sauer C. J., Chandy K. M.

Computer Systems Performance Modelling
Prentice-Hall Inc., New Jersey 1981

/SPRI 82/ Sprinzen M. J.

I/O Configuration Analysis
Proceedings of ECOMA 10, (1982) 273-280

ANHANG A: LAPLACE-TRANSFORMATION

Die Laplace-Transformation ist ein mathematisches Hilfsmittel, um die Momente beliebiger Ordnung eines zeit-kontinuierlichen Zufallsprozesses aus seiner Verteilungsdichtefunktion $f(t)$ zu ermitteln. Dabei unterliegt die Verteilungsdichtefunktion $f(t)$ folgender Einschränkung /KLEI 75/:

$$f(t)=0 \quad \text{falls } t < 0 \quad (\text{A.1})$$

Die Definition der Laplace-Transformierten der Verteilungsdichtefunktion $f(t)$ lautet /KLEI 75/:

$$F^*(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (\text{A.2})$$

mit $s = \sigma + j\omega$

Mit Gleichung (A.1) folgt:

$$F^*(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (\text{A.3})$$

Einige wichtige Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten der Laplace-Transformation sollen in diesem Anhang erläutert werden.

Ist \underline{f} eine Zufallsvariable mit der zugehörigen Verteilungsdichtefunktion $f(t)$ und \underline{g} eine Zufallsvariable mit der zugehörigen Verteilungsdichtefunktion $g(t)$, so besitzt $\underline{f} + \underline{g}$ die Verteilungsdichtefunktion $f(t)og(t)$ (Faltungsprodukt: o Faltungssymbol).

Die Faltung entspricht einer Multiplikation der Laplace-Transformierten dieser Verteilungsdichtefunktionen. Also folgt:

$$f(t)og(t) \Leftrightarrow F^*(s)G^*(s) \quad (\text{A.4})$$

Der Mittelwert n-ter Ordnung eines Zufallsprozesses mit der Verteilungsdichtefunktion $f(t)$ wird nach folgender Gleichung bestimmt:

$$m_n = (-1)^n F^{*(n)}(0) \quad (\text{A.5})$$

mit $F^{*(n)}(0)$: n-te Ableitung nach s der Funktion $F^*(s)$ an der Stelle $s=0$

Beispiel:

Die Verteilungsdichtefunktion $f(t)$ der exponentiell verteilten Zwischenankunftszeiten in einem Warteraum mit mittlerer Ankunftsrate λ lautet:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$$

Die Laplace-Transformierte dieser Verteilungsdichtefunktion berechnet sich nach Gleichung (A.2). Es gilt damit:

$$\begin{aligned} F^*(s) &= \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda+s)t} dt \\ &= \lambda / (\lambda + s) \end{aligned}$$

Der Mittelwert 1. Ordnung berechnet sich nach Gleichung (A.5) zu:

$$m_1 = 1/\lambda$$

Für den Mittelwert 2. Ordnung gilt entsprechend:

$$m_2 = 2/(\lambda^2)$$

ANHANG B: SYMBOLVERZEICHNIS

| | |
|-----------------------------|---|
| M: | Anzahl der Stationen des Warteschlangennetzwerkes |
| $i=1, \dots, M$: | Station i des Warteschlangennetzwerkes |
| R: | Anzahl der Auftragsklassen |
| $r=1, \dots, R$: | Auftragsklasse r |
| P_{ikr} : | Übergangswahrscheinlichkeit eines Auftrags der Klasse r von Station i eines Netzwerkes zu Station k. |
| V_{ir} : | Relative Ankunftsrate von Aufträgen der Klasse r in Station i |
| μ : | Bedienrate |
| μ_{ir} : | Bedienrate von Aufträgen der Klasse r in Station i |
| S: | Bedienzeit |
| S_{ir} : | Bedienzeit von Aufträgen der Klasse r in Station i |
| $S_{ir}=1/\mu_{ir}$ | |
| L: | Warteschlangenlänge |
| L_{ir} : | Warteschlangenlänge von Aufträgen der Klasse r in Station i |
| L_i : | Warteschlangenlänge aller Auftragsklassen in Station i |
| $L_i = \sum_{r=1}^R L_{ir}$ | |
| T: | Wartezeit (einschließlich Bedienzeit) |
| T_{ir} : | Wartezeit eines Auftrags der Klasse r in Station i |
| U: | Auslastung |
| U_{ir} : | Auslastung von Station i durch Aufträge der Klasse r |
| X: | Durchsatz (Aufträge/Sekunde) |
| X_r : | Durchsatz von Aufträgen der Klasse r in der Bezugsstation des Warteschlangennetzwerkes |
| X_{ir} : | Durchsatz an Aufträgen der Klasse r in Station i des Warteschlangennetzwerkes, die nicht Bezugsstation ist. |
| λ : | Ankunftsrate |

| | |
|--|--|
| \underline{N} : | Populationsvektor eines geschlossenen Warteschlangennetzwerkes |
| $\underline{N} = (N_1, \dots, N_r, \dots, N_R)$ | |
| N_r : | Population der Klasse r |
| \underline{n}' : | Zustandsmatrix des Netzwerkes |
| $\underline{n}' = (\underline{n}_1, \dots, \underline{n}_i, \dots, \underline{n}_M)$ | |
| \underline{n}_i : | Populationsvektor der Station i |
| $\underline{n}_i = (n_{i1}, \dots, n_{ir}, \dots, n_{iR})$ | |
| n_{ir} : | r -te Komponente des Populationvektors \underline{n}_i |
| n_i : | Anzahl der Aufträge in Station i |
| $n_i = \sum_{r=1}^R n_{ir}$ | |
| n : | Anzahl aller Aufträge eines Netzwerkes |
| $n = \sum_{i=1}^M \sum_{r=1}^R n_{ir}$ | |
| U_{HS} : | Auslastung des Strang-Kopfes |
| U_{Cu} : | Auslastung der Kontrolleinheit |
| U_{Ch} : | Auslastung des Kanals |
| F_{HS} : | Wahrscheinlichkeit, daß der Strang-Kopf nicht belegt ist |
| F_{Cu} : | Wahrscheinlichkeit, daß die Kontrolleinheit nicht belegt ist |
| F_{Ch} : | Wahrscheinlichkeit, daß der Kanal nicht belegt ist. |
| T_{RPS_i} : | RPS-Verzögerungszeit der Platte i |
| T_{CSS_i} : | Verzögerungszeit vor der Übertrag. des CCWs "Set Sector" zur Platte i |
| T_{CSK_i} : | Verzögerungszeit vor der Übertrag. des CCWs "Seek" zur Platte i |
| $F^*(s)$: | Laplace-Transformierte der Verteilungsdichtefunktion $f(t)$ einer Zufallsvariablen |